# الضرب المتكرر

## القوى الصحيحة غير السالبة

(١) $أ^{ن} = أ \times أ \times أ \times$ .......... ن من المرات

$٣^{٤} = ٣ \times ٣ \times ٣ \times ٣ = ٨١$

(٢) $أ^{٠} = ١$

$٥^{٠} = ١$

(٣) $(-أ)^{ن} = $ { $أ^{ن}$ اذا كان ن زوجى ، $-أ^{ن}$ اذا كان ن فردى }

$(-٣)^{٢} = ٩$ $(-٣)^{٣} = -٢٧$

(٤) $أ^{م} \times أ^{ن} = أ^{م+ن}$

$٢^{٣} \times ٢^{٤} = ٢^{٧}$

(٥) $أ^{م} \div أ^{ن} = أ^{م-ن}$

$٢^{٧} \div ٢^{٣} = ٢^{٤}$

(٦) $(أ^{م})^{ن} = أ^{م \times ن}$

(٧) $(أ ب)^{م} = أ^{م} ب^{م}$

(٨) $(\frac{أ}{ب})^{م} = \frac{أ^{م}}{ب^{م}}$

## أوجد ناتج ما يأتى

(١) $(\frac{٣}{٤})^{٢} = \frac{٩}{١٦}$

(٢) $(\frac{-٤}{٥})^{٢} = \frac{١٦}{٢٥}$

(٣) $(\frac{-٢}{٣})^{٣} = \frac{-٨}{٢٧}$

(٤) $(٢\frac{-١}{٣})^{٢} = (\frac{-٧}{٣})^{٢} = \frac{٤٩}{٩}$

(٥) $(٢\frac{١}{٤})^{٢} \times (٢\frac{-٢}{٣})^{٢}$

$= (\frac{٩}{٤})^{٢} \times (\frac{-٨}{٣})^{٢} = \frac{٨١}{١٦} \times \frac{٦٤}{٩} = ٣٦$

(٦) $(٢\frac{٧}{٩}) \div (١\frac{٢}{٣})^{٢}$

$= \frac{٢٥}{٩} \div (\frac{٥}{٣})^{٢} = \frac{٢٥}{٩} \div \frac{٢٥}{٩}$

$= \frac{٢٥}{٩} \times \frac{٩}{٢٥} = ١$

(٧) إذا كان $س = \frac{١}{٢}$ ، $ص = \frac{٣}{٤}$

أوجد قيمة $س^{٤} + س^{٢}$

الحل :

$(\frac{١}{٢})^{٤} + (\frac{٣}{٤})^{٢}$

$= \frac{١}{١٦} + \frac{٩}{١٦} = \frac{١٠}{١٦} = \frac{٥}{٨}$

(٨) $(\frac{-٢}{٣})^{٢} \times (\frac{-٢}{٣})^{٣} = (\frac{-٢}{٣})^{٥} = \frac{-٣٢}{٢٤٣}$

(١٠) $(\frac{٣}{٥})^{٧} \div (\frac{٣}{٥})^{٥} = (\frac{٣}{٥})^{٢} = \frac{٩}{٢٥}$

(١١) $((\frac{-٢}{٥})^{٤})^{صفر} = (\frac{-٢}{٥})^{صفر} = ١$

$٥^{٢}$ $٣^{٤}$

(١٢) $((\frac{٣}{٤})^{٢})^{٢} = (\frac{٣}{٤})^{٤} = \frac{٨١}{٢٥٦}$

(١٣) $(\frac{-٢}{٣})^{٥} \div (\frac{٢}{٣})^{٣} = -(\frac{٢}{٣})^{٢} = \frac{-٤}{٩}$



## القوى الصحيحة السالبة

(١) $\text{أ}^{-\text{م}} = \frac{١}{\text{أ}^{\text{م}}}$

$\Leftarrow \text{أ}^{-\text{م}} \times \text{أ}^{\text{م}} = ١$

أى أن : كل من $\text{أ}^{\text{م}}$ ، $\text{أ}^{-\text{م}}$ هو المعكوس الضربى للآخر

(٢) $\left(\frac{\text{أ}}{\text{ب}}\right)^{-\text{ن}} = \left(\frac{\text{ب}}{\text{أ}}\right)^{\text{ن}}$

=============================

### أوجد ناتج ما يأتى

(١) $(٢)^{-١} = \frac{١}{٢}$

(٢) $(٣)^{-٤} = \frac{١}{٣^{٤}} = \frac{١}{٨١}$

(٣) $٢^{-٢} = \frac{١}{٢^{٢}} = \frac{١}{٤}$

(٤) $٥^{-١} = \frac{١}{٥}$

(٥) $٤^{-٢} = \frac{١}{٤^{٢}} = \frac{١}{١٦}$

(٦) $\left(\frac{٢}{٣}\right)^{-٢} = \left(\frac{٣}{٢}\right)^{٢} = \frac{٩}{٤}$

(٧) $٣^{-٤} \times ٣^{٤} = ١$

(٨) $\frac{٢^{-٣}}{٥^{-٢}} = \frac{٥^{٢}}{٢^{٣}} = \frac{٢٥}{٨}$

(٩) $\frac{٧^{-٣}}{٧^{-٢}} = \frac{٧^{٢}}{٧^{٣}} = ٧^{٢-٣} = ٧^{-١} = \frac{١}{٧}$

(١٠) $\left(\frac{٣}{٤}\right)^{-٢} = \left(\frac{٤}{٣}\right)^{٢} = \frac{١٦}{٩}$

(١١) $\left(\frac{٦^{٤}}{٦^{٥}}\right)^{-٢} = \left(\frac{٦^{٥}}{٦^{٤}}\right)^{٢} = ٦^{٢} = ٣٦$

(١٢) $(٣^{٢})^{-٢} = ٣^{-٤} = \frac{١}{٣^{٤}} = \frac{١}{٨١}$

(١٣) $\frac{(-٢)^{٥} \times ٢^{٤}}{(-٢)^{٣} \times ٢^{٢}} = \frac{-(٢)^{٥} \times ٢^{٤}}{-(٢)^{٣} \times ٢^{٢}} = \frac{٢^{٩}}{٢^{٥}} = ٢^{٩-٥} = ٢^{٤} = ١٦$

(١٤) $\left(\frac{٣^{٤} \times ٧^{٢}}{٧^{٣} \times ٣^{٢}}\right)^{-١} = \left(٣^{٤-٢} \times ٧^{٢-٣}\right)^{-١} = \left(٣^{٢} \times ٧^{-١}\right)^{-١} = \left(\frac{٩}{٧}\right)^{-١} = \frac{٧}{٩}$

(١٥) $٧\,\text{س}^{-١} = \frac{٧}{\text{س}}$ حيث س ≠ صفر

(١٦) $٥\,\text{س}^{-٢}\,\text{ص}^{-٣} = \frac{٥}{\text{س}^{٢}\,\text{ص}^{٣}}$ حيث س ، ص ≠ صفر

(١٧) $٣\,\text{س}^{-٢}\,\text{ص}^{٤} = \frac{٣\,\text{ص}^{٤}}{\text{س}^{٢}}$ حيث س ≠ صفر

# تمارين (١)

## س١ أكمل ما يأتى :

(١) $\left(\frac{١}{٥}\right) = .....$

(٢) $\left(١\frac{١}{٢}\right)^{٤} = .....$

(٣) $\left(٠.٥\right)^{٣} = .....$

(٤) $\left(٠.\dot{٥}\right)^{٤} = .....$

(٥) $\left(|-٣|\right)^{٤} = .....$

(٦) $\left(\frac{٢}{٣}\right)^{٢} \times \frac{٩}{٤} = .....$

(٧) $\left(-\frac{٥}{٤}\right)^{٢} \times \left(\frac{٢}{٥}\right)^{٤} = .....$

(٨) $\left(-\frac{٢}{٥}\right)^{٢} \times \left(-\frac{٥}{٢}\right)^{٣} \times \left(\frac{١}{٥}\right)^{صفر} = .....$

(٩) $\left(\frac{١}{٢}\right)^{٢} \times \left(-\frac{١}{٢}\right)^{٣} \div \left(-\frac{١}{٢}\right)^{٤} = .....$

(١٠) $٦\frac{١}{٤} = \left(.....\right)^{٢}$

(١١) $٣\frac{٣}{٨} = \left(.....\right)^{٣}$

(١٢) $\left(\left(\frac{٢}{٣}\right)^{٢}\right)^{٤} = .....$

(١٣) $\left(\left(-٢\frac{١}{٢}\right)^{٢}\right)^{٢} = .....$

(١٤) $\left(\frac{٥^{٣} \times ٥^{٤}}{٥^{٦}}\right)^{٢} = .....$

(١٥) $\left(\frac{١}{٥}\right)^{-٣} = .....$

(١٦) $\left(-\frac{٣}{٧}\right)^{-٢} = .....$

(١٧) $\left(٣^{-٣}\right)^{-١} = .....$

(١٨) $س^{٥} \times س^{-٣} \times س^{-٢} = .....$

(١٩) $\left(ص^{٥} \times ص^{-٢}\right)^{٣} = .....$

(٢٠) $\left(س^{٢}\right)^{-٣} \div \left(س^{-١}\right)^{٢} = .....$

(٢١) إذا كان $س = -\frac{١}{٢}$ ، $ص = ٣$ فإن $س^{ص} = ....$

(٢٢) ثلث العدد $٣^{١٠} = .....$

(٢٣) إذا كان : $أ^{-١} = \frac{٢}{٣}$ فإن : $أ = .....$

(٢٤) إذا كان: $أ = ٧^{س}$ ، $ب = ٧^{-س}$ فإن $أ \times ب = ....$

## س٢ أختصر لأبسط صورة

(١) $\left(٠.\dot{٦}\right)^{٢}$

(٢) $\left(١ - ١\frac{٢}{٣}\right)^{٢}$

(٣) $\left(\frac{١}{٢}\right)^{٢} \times \left(\frac{١}{٢}\right) \times \left(\frac{١}{٢}\right)^{٣}$

(٤) $\left[\left(\frac{١}{٢}\right)^{٤} + \left(-\frac{٣}{٤}\right)^{٢}\right] \times \left(-١\frac{٣}{٥}\right)$

(٥) $\left(\frac{٤}{٥}\right)^{٨} \div \left(\frac{٤}{٥}\right)^{٦} \times \frac{٤}{٥}$

(٦) $\frac{٢^{٦} \times ٢}{٢^{٣} \times ٢^{٤}}$

(٧) $\frac{٣^{٤} \times ٣^{٥}}{٣^{٦}}$

(٨) $\frac{(-٢)^{٦} \times ٢^{٤}}{(-٢)^{٣} \times ٢^{٢}}$

(٩) $\frac{٥^{-٧} \times ٥^{٣}}{٥^{-٦}}$

(١٠) $\left(\frac{٤^{-٣} \times ٣}{٤^{-٤}}\right)^{-٢}$

(١١) $\left(\frac{٥^{٣} \times ٥^{-٢}}{٥^{-١} \times ٥^{٤}}\right)^{-٢}$

# الصورة القياسية للعدد النسبى

**الصورة القياسية للعدد النسبى**

وهذه الصورة هى $أ \times ١٠^{ن}$

حيث $١ \leq |أ| < ١٠$ ، ن ∈ ص

## أكتب كل من الأعداد الآتية فى الصورة القياسية

(١) $٥٨١٢٠٠٠٠٠٠٠ = ٥,٨١٢ \times ١٠^{١٠}$

**لاحظ :**

يجب أن تتحرك العلامة العشرية ١٠ خانات لليسار لذا نضرب × $١٠^{١٠}$

(٢) $٧٣٠٠٠٠٠٠٠٠ = ٧,٣ \times ١٠^{٩}$

(٣) $٦٥٠٠٠٠٠٠٠ = ٦,٥ \times ١٠^{٨}$

(٤) $٦٧٠٠٠٠٠ = ٦,٧ \times ١٠^{٦}$

(٥) ٥ مليون $= ٥٠٠٠٠٠٠ = ٥ \times ١٠^{٦}$

(٦) $٠,٠٠٠٠٠٠٤٢ = ٤,٢ \times ١٠^{-٧}$

**لاحظ :**

يجب أن تتحرك العلامة العشرية ٧ خانات لليمين لذا نضرب × $١٠^{-٧}$

(٧) $-٠,٠٠٠٠٥٣ = -٥,٣ \times ١٠^{-٥}$

(٨) $٠,٠٠٠٠٠٠١٣٥ = ١,٣٥ \times ١٠^{-٧}$

(٩) $٦٨ \times ١٠^{٥} = ٦,٨ \times ١٠^{٥+١} = ٦,٨ \times ١٠^{٦}$

(١٠) $٧٥٠ \times ١٠^{-٩}$

$= ٧,٥ \times ١٠^{-٩+٢} = ٧,٥ \times ١٠^{-٧}$

(١١) $٠,٠٧٥ \times ١٠^{٦}$

$= ٧,٥ \times ١٠^{٦-٢} = ٧,٥ \times ١٠^{٤}$

(١٢) $٠,٧٥ \times ١٠^{٨} = ٧,٥ \times ١٠^{٧}$

(١٣) $٢,٣ \times ١٠^{٥} + ٣,١ \times ١٠^{٤}$

$= (٢,٣ \times ١٠ + ٣,١) \times ١٠^{٤}$

$= (٢٣ + ٣,١) \times ١٠^{٤}$

$= ٢٦,١ \times ١٠^{٤} = ٢,٦١ \times ١٠^{٥}$

(١٤) $٥,٤ \times ١٠^{٧} - ٢,٣ \times ١٠^{٦}$

$= (٥,٤ \times ١٠ - ٢,٣) \times ١٠^{٦}$

$= ٥١,٧ \times ١٠^{٦} = ٥,١٧ \times ١٠^{٧}$

(١٥) $(٢,٤ \times ١٠^{٥}) \times (٣ \times ١٠^{٣})$

$= ٢,٤ \times ٣ \times ١٠^{٥} \times ١٠^{٣}$

$= ٧,٢ \times ١٠^{٨}$

(١٦) $(٣,٩ \times ١٠^{٨}) \div (٠,٣ \times ١٠^{٣})$

$= (٣,٩ \div ٠,٣) \times ١٠^{٥}$

$= ١٣ \times ١٠^{٥} = ١,٣ \times ١٠^{٥+١} = ١,٣ \times ١٠^{٦}$

(١٧) $(٣٠٠)^{٣} = ٢٧٠٠٠٠٠٠٠ = ٢,٧ \times ١٠^{٧}$

## أوجد قيمة ن فيما يلى :

(١) $٣٥٠٠٠٠٠٠ = ٣,٥ \times ١٠^{ن}$

⟸ ن = ٦

(٢) $٠,٠٠٠٠٠٠٢٣٥ = ٢,٣٥ \times ١٠^{ن}$

⟸ ن = -٦

(٣) $(٠,٠٠٤)^{٢} = ١,٦ \times ١٠^{ن}$

$= ٠,٠٠٠٠١٦ = ١,٦ \times ١٠^{-٥}$

⟸ ن = -٥

## تمارين (٢)

### س١ أكتب الأعداد الآتية فى الصورة القياسية :

(١) ٩٧٠٠٠٠٠٠٠٠٠

(٢) ٠,٠٠٠٠٠٠٠٠٠١٣٤

(٣) ٣١,٤٥٠٠١٦

(٤) ٦ مليون

(٥) $٣٣,٤ \times ١٠^{٤}$

(٦) $٧٠٣,٥ \times ١٠^{-٩}$

(٧) $٩٦ \times ١٠^{٥}$

(٨) $٧٨ \times ١٠^{-٧}$

(٩) $٧٧٣٢ \times ١٠^{٦}$

(١٠) $(٦,٤ \times ١٠^{٨}) \times (١,٥ \times ١٠^{٥})$

(١١) $(٣,٨ \times ١٠^{٨}) \div (١,٩ \times ١٠^{٦})$

(١٢) $(٤,٤ \times ١٠^{٣}) \times (٣ \times ١٠^{٥})$

(١٣) $(٥,٣ \times ١٠^{٨}) - (٠,٨ \times ١٠^{٧})$

(١٤) $(٨,٥ \times ١٠^{٧}) \times (٣,١ \times ١٠^{-٤})$

(١٥) $(٣٥,٥ \times ١٠^{-٤}) \times (٥ \times ١٠^{٤})$

(١٦) $(٤,٥٤ \times ١٠^{٤}) + (٣,٧٦ \times ١٠^{٣})$

(١٧) $٤٠٠ \times ٠,٠٠٠٠٠٧$

(١٨) $(٠,٠٠٦)^{٣}$

### س٢ أوجد قيمة ن فى كلا مما يأتى

(١) $٠,٠٠٠٠٥٢ = ٥,٢ \times ١٠^{ن}$

(٢) $٠,٠٠٠٠٣٥٧ = ٣,٥٧ \times ١٠^{ن}$

(٣) $(٠,٠٠٤)^{٢} = ١,٦ \times ١٠^{ن}$

(٤) $٦٠٠٠٠٠٠٠٠٠ = ٦ \times ١٠^{ن}$

## ترتيب إجراء العمليات الرياضية

**أولاً** إجراء العمليات داخل الأقواس
**ثانياً** حساب قوى العدد ( فك الأسس)
**ثالثاً** الضرب أو القسمة من اليمين إلى اليسار
**رابعاً** الجمع أو الطرح من اليمين إلى اليسار

### إختصر ما يأتى لأبسط صورة

(١) $٣ + ١٢ \div ٦$

$= ٣ + ٢ = ٥$

==========================

(٢) $٩ + ٤ \times ٣^{٣}$

$٩ + ٤ \times ٢٧ = ٩ + ١٠٨ = ١١٧$

==========================

(٣) $٩ + ٤ \times ٣^{٢}$

$= ٩ + ٤ \times ٩$

$= ٩ + ٣٦ = ٤٥$

==========================

(٤) $١٩٦ \div (٧ - ٥)^{٢}$

$= ١٩٦ \div ٢^{٢}$

$= ١٩٦ \div ٤ = ٤٩$

==========================

(٥) $٤ \times ٢^{٣} - ٢٠$

$= ٤ \times ٨ - ٢٠$

$= ٣٢ - ٢٠ = ١٢$

==========================

(٦) $٣ + ٦ \times (٥ + ٤) \div ٣ - ٧$

$= ٣ + ٦ \times ٩ \div ٣ - ٧$

$= ٣ + ٥٤ \div ٣ - ٧$

$= ٣ + ١٨ - ٧$

$= ٢١ - ٧ = ١٤$

==========================

(٧) $١٢ (٢^{٢}) \div ٢٤ + ٣^{٢}$

$= ١٢ \times ٤ \div ٢٤ + ٣^{٢}$

$= ١٢ \times ٤ \div ٢٤ + ٩$

$= ٤٨ \div ٢٤ + ٩$

$= ٢ + ٩ = ١١$

(٨) ١٥ – [(٣ × ٦) ÷ ٢] + ١

= ١٥ – [١٨ ÷ ٢] + ١

= ١٥ – ٩ + ١

= ٦ + ١ = ٧

==========================

(٩) ٣ [(٣$^{٢}$ + ١) – (٢$^{٣}$ – ٢)]

= ٣ [(٩ + ١) – (٨ – ٢)]

= ٣ [١٠ – ٦]

= ٣ × ٤ = ١٢

==========================

(١٠) (٣$^{٢}$ × ٦ ÷ ٣) / (٢ × ١ + (٣ + ١)$^{٢}$)

= (٣$^{٢}$ × ٦ ÷ ٣) / (٢ × ١ + ٤$^{٢}$) = (٩ × ٦ ÷ ٣) / (٢ × ١ + ١٦) = (٥٤ ÷ ٣) / (٢ × ١ + ١٦)

= (٥٤ ÷ ٣) / (٢ + ١٦) = ١٨ / ١٨ = ١

==========================

(١١) (٥ + ٢ × ٥) / (٢$^{٢}$ + ١) + ٥$^{٢}$ – ٥

= (٥ + ١٠) / (٤ + ١) + ٥$^{٢}$ – ٥ = ١٥ / ٥ + ٥$^{٢}$ – ٥

= ٣ + ٢٥ – ٥ = ٢٣

==========================

## تمارين (٣)

### س١ أحسب قيمة كل مما يأتى :

(١) ٥ + ٢ × ٣

(٢) ٤ × ٣ – ١٥ ÷ ٥

(٣) ٤ × ٧ – ٣$^{٢}$

(٤) ١٩٦ ÷ (٧ – ٥)$^{٢}$

(٥) ١٨ ÷ (٩ – ٦) × (١ + ٢)

(٦) (٧ – ٤) × ٢ ÷ (٥ – ٣)

(٧) [٤ – (٥ – ٢)] – ١

(٨) (٢٦ + ١) ÷ [٣ (٤ – ٣)]

(٩) (١٥ × ٢) ÷ [٥ – (٩ – ٧)]

(١٠) ٦ ÷ ٣ + [٧ + ٢٠ ÷ (٦ – ٢$^{٢}$)]

(١١) (٣/٢ × ٣ ١/٢) ÷ (٦/٥ – ١)

(١٢) (٣/٢ × ٣ ١/٢) ÷ (٦/٥ – ١)

(١٣) (١٥ + ٧) / (١٥ – ٤)

(١٤) (٥$^{٢}$ – ٥ × ٢) / ((١٥ + ٣) ÷ ٦)

# الجذر التربيعى لعدد نسبى مربع كامل

**الجذر التربيعى للعدد النسبى أ :**
**هو العدد الذى مربعه = أ ويرمزله بالرمز** $\sqrt{\ }$
أى أن الجذر التربيعى للعدد ٩= ± $\sqrt{٩}$ = ± ٣

## ملاحظات

(١) $\sqrt{١٦}$ تعني الجذر التربيعي الموجب للعدد ١٦ = ٤
(٢) ـ $\sqrt{١٦}$ يقصد بها الجذر السالب لـ ١٦ وهو = ـ ٤
(٣) ± $\sqrt{١٦}$ هي الجذرين التربيعي الموجب والسالب = ±٤
(٤) $\sqrt{\text{أ}^{٢}} = |\text{أ}|$
(٥) $\sqrt{\frac{\text{أ}}{\text{ب}}} = \frac{\sqrt{\text{أ}}}{\sqrt{\text{ب}}}$
(٦) $\sqrt{-١٦}$ = ليس لها معنى
لا يوجد جذر تربيعي حقيقي لأى عدد سالب
(٧) $\sqrt{\text{أ}^{\text{ن}}} = \text{أ}^{\frac{\text{ن}}{٢}}$ ⟸ أى أنه عند التخلص من الجذر التربيعي نقسم الأس على ٢ ⟸
$\sqrt{\text{أ}^{١٢}} = |\text{أ}^{٦}| = \text{أ}^{٦}$ أو $\sqrt{\text{س}^{٦}} = |\text{س}^{٣}|$

### مثال ١: أوجد قيمة ما يلي :

(١) $\sqrt{٢٥} = ٥$
(٢) $-\sqrt{٦٤} = -٨$
(٣) $\pm\sqrt{٩} = \pm ٣$
(٤) $\sqrt{١٠٠ - ٣٦} = \sqrt{٦٤} = ٨$
(٥) $\sqrt{٦\frac{١}{٤}} = \sqrt{\frac{٢٥}{٤}} = \frac{٥}{٢} = ٢,٥$
(٦) $\sqrt{٩ + ١٦} = \sqrt{٢٥} = ٥$
(٧) $\sqrt{١٦} + \sqrt{٩} = ٤ + ٣ = ٧$
(٨) $\sqrt{١,٤٤} = \sqrt{\frac{١٤٤}{١٠٠}} = \frac{١٢}{١٠} = ١,٢$
(٩) $\sqrt{١٠^{٢} - ٨^{٢}} = \sqrt{١٠٠ - ٦٤} = \sqrt{٣٦} = ٦$
(١٠) $\sqrt{(-٣)^{٢}} = |-٣| = ٣$
(١١) $\sqrt{(-\frac{٤٩}{٨١})^{٢}} = \frac{٧}{٩}$
(١٢) $\sqrt{٢٥\,\text{س}^{٢}\,\text{ص}^{٦}} = ٥|\text{س ص}^{٣}|$
(١٣) $\sqrt{\frac{٢٥\,\text{س}^{٨}\,\text{ص}^{٤}}{٣٦}} = \frac{٥|\text{س}^{٤}\text{ص}^{٤}|}{٦} = \frac{٥\,\text{س}^{٤}\,\text{ص}^{٤}}{٦}$
(١٤) $\sqrt{٢٣٠٤} = ٤٨$

### مثال ٢ أوجد قيمة

(١) $(\frac{٢}{٣})^{٢} \times \sqrt{\frac{٨١}{١٦}} \times (\frac{٥}{٣})^{\text{صفر}}$
$= \frac{٤}{٩} \times \frac{٩}{٤} \times ١ = ١$

---

(٢) $(-\frac{٣}{٧})^{\text{صفر}} \times (-\frac{٢}{٥})^{٢} \times \sqrt{٦\frac{١}{٤}}$
$= ١ \times \frac{٤}{٢٥} \times \sqrt{\frac{٢٥}{٤}} = ١ \times \frac{٤}{٢٥} \times \frac{٥}{٢} = \frac{٢}{٥}$

---

(٣) $١\frac{١}{٤} + \sqrt{\frac{٩}{١٦}} - (\frac{١}{٤})^{\text{صفر}}$
$= \frac{٥}{٤} + \frac{٣}{٤} - ١ = \frac{٨}{٤} - ١$
$= ٢ - ١ = ١$

---

(٤) $\sqrt{\sqrt{٨١}} = \sqrt{٩} = ٣$

## تمارين ( ٤ )

### س١ أوجد كل مما يأتى

(١) $\sqrt{١٦}$

(٢) $-\sqrt{٢٥٠٠}$

(٣) $\pm\sqrt{٠,٨١}$

(٤) $\sqrt{١\frac{٩}{١٦}}$

(٥) $-\sqrt{٤^{٢}}$

(٦) $\pm\sqrt{(\frac{٩}{٤٩})^{٢}}$

(٧) $\sqrt{\frac{٤٩ س^{٤}}{٨١ ص^{٢}}}$

(٨) $\sqrt{٩} + \sqrt{١٦}$

(٩) $\sqrt{١٦ + ٩}$

(١٠) $\sqrt{٢٢٥ - ٨١}$

(١١) $\sqrt{(٥)^{٢} - (٣)^{٢}}$

(١٢) $\sqrt{س^{١٠}}$

(١٣) $\sqrt{(-٢)^{٦}}$

(١٤) المعكوس الضربى للعدد $\sqrt{٠,٤٩}$

(١٥) المعكوس الضربى للعدد $\sqrt{\frac{٤}{٢٥}}$

(١٦) المعكوس الجمعى للعدد $-\sqrt{١\frac{٧}{٩}}$

### س٢ أختصر لأبسط صورة

(١) $\sqrt{\frac{٤٩}{٤}} \times (\frac{٢}{٧})^{\text{صفر}} \times (-\frac{٢}{٧})^{٢}$

(٢) $(-\frac{١}{٣})^{٢} + \sqrt{\frac{٦٤}{٨١}} - (\frac{٣}{٤})^{\text{صفر}}$

(٣) $\sqrt{٢\frac{١}{٤}} - \frac{٣}{٢} + (\frac{٣}{٢})^{\text{صفر}}$

(٤) $(\frac{-٢}{٣})^{\text{صفر}} \times \sqrt{\frac{١٦}{٨١}} \times \frac{٣}{٤}$

(٥) $٢\frac{١}{٣} \times \sqrt{\frac{١٦}{٤٩}} \div (\frac{٢}{٣})^{٢}$

(٦) $\sqrt{٥^{٢} - ٢ \times ٥ + ١}$






# حل المعادلات فى ن

**مثال ١:** أوجد مجموعة حل كل من المعادلات الآتية

(١) س + ٢ = ٥ فى ط

الحل

س = ٥ ـ ٢

س = ٣ م . ح = { ٣ }

==============================

(٢) س ـ ٣ = ٤ فى ص

الحل

س = ٤ + ٣

س = ٧

م . ح = { ٧ }

==============================

(٣) س + ٥ = ٢ فى ط

الحل

س = ٢ ـ ٥

س = - ٣ ∴ م . ح = ∅

==============================

(٤) ٣س ـ ١ = س + ٧ فى ن

الحل

٣س - س = ٧ + ١

$\frac{٢س}{٢} = \frac{٨}{٢}$ ÷ ٢

س = ٤

م . ح = { ٤ }

==============================

(٥) ٥س + ١ = ٢ س + ٥ فى ن

الحل

٥ س - ٢ س = ٥ - ١

٣س = ٤

$\frac{٣س}{٣} = \frac{٤}{٣}$

س = $\frac{٤}{٣}$

م . ح = { $\frac{٤}{٣}$ }

(٦) ٥س ـ ٤ = ٢س +١١ فى ن

الحل

٥ س ـ ٢س = ١١ +٤

$\frac{٣}{٣}$ س = $\frac{١٥}{٣}$ ÷ ٣

س = ٥

م.ح = { ٥ }

==============================

(٧) ١ ـ ٧س = ٢ فى ن

الحل

ـ٧س = ٢ ـ ١

$\frac{ـ٧س}{ـ٧} = \frac{١}{ـ٧}$ ÷ ـ٧

س = ـ $\frac{١}{٧}$ م.ح = { $\frac{ـ١}{٧}$ }

==============================

(٨) ٣ (س + ٢) = ١٩ فى ن

الحل

٣ س + ٦ = ١٩

٣ س = ١٩ ـ ٦

$\frac{٣ س}{٣} = \frac{١٣}{٣}$ ÷ ٣

س = $\frac{١٣}{٣}$

م.ح = { $\frac{١٣}{٣}$ }

==============================

(٩) $\frac{٥}{٦}$ س ـ ٤ = ١١ فى ن

الحل

$\frac{٥}{٦}$ س = ١١ + ٤

$\frac{٦}{٥}$ × $\frac{٥}{٦}$ س = ١٥ × $\frac{٦}{٥}$ × $\frac{٦}{٥}$

س = ١٨

م.ح = { ١٨ }

# تطبيقات على حل المعادلات

## ملاحظات

إذا كان العدد س فإن

| | |
|---|---|
| ضعف العدد | ٢ س |
| ثلاثة أمثال العدد | ٣ س |
| المعكوس الجمعي للعدد | − س |
| الأعداد التالية | س ، س + ١ ، س + ٢ ، ٠٠٠٠٠ |
| الأعداد السابقة | س ، س − ١ ، س − ٢ ، ٠٠٠٠٠ |
| الأعداد الفردية (الزوجية) التالية | س ، س + ٢ ، س + ٤، ٠٠٠٠ |
| الأعداد الفردية (الزوجية) السابقة | س ، س −٢ ، س − ٤، ٠٠٠٠ |
| العمر منذ ٥ سنوات | س − ٥ |
| العمر بعد ٣ سنوات | س + ٣ |
| يزيد عن عدد آخر بمقدار ٣ | س + ٣ |
| يقل عن عدد آخر بمقدار ٣ | س − ٣ |
| يزيد عن ضعف عدد آخر بمقدار٣ | ٢ س + ٣ |

==========================

(١) ثلاث أعداد فردية متتالية مجموعهم = ٢١ أوجد هذه الاعداد

**الحل**

نفرض أن الاعداد هى س ، س + ١ ، س + ٢

٣ س + ٣ = ٢١

٣ س = ٢١ − ٣

٣ س = ١٨ ÷ ٣

س = ٦

الاعداد هى ٦ ، ٧ ، ٨

==========================

(٢) ثلاثة أعداد زوجية متتالية مجموعها ٩٦٦ أوجد الأعداد

**الحل**

نفرض الأعداد س ، س +٢ ، س +٤

٣ س+٦ = ٩٦٦

٣ س = ٩٦٦ − ٦

٣س = ٩٦٠ ÷ ٣

$$\frac{٣س}{٣} = \frac{٩٦٠}{٣}$$

س = ٣٢٠

الاعداد هى

٣٢٠ ، ٣٢٢ ، ٣٢٤

(٣) عددان طبيعيان أحدهما ضعف الآخر و مجموعهما ١٠٨ أوجد العددين

**الحل**

نفرض أن العدد الأول س ، ضعفه ٢ س

س + ٢ س = ١٠٨

٣س = ١٠٨ ÷ ٣

$$\frac{٣س}{٣} = \frac{١٠٨}{٣}$$

س = ٣٦ العدد الأول = ٣٦

العدد الثانى = ٢ × ٣٦ = ٧٢

==========================

(٤) مستطيل طوله يزيد عن عرضه بمقدار ٥ سم فإذا كان محيطه ٧٠ سم فأوجد بعدى المستطيل

**الحل**

نفرض أن عرض المستطيل = س ∴ طوله = س + ٥

محيط المستطيل = ٧٠

(الطول + العرض) × ٢ = ٧٠

(س + ٥ + س) × ٢ = ٧٠

(٢ س + ٥) × ٢ = ٧٠

٤ س + ١٠ = ٧٠

٤ س = ٦٠ ÷ ٤

س = ١٥

∴ العرض = ١٥ سم ∴ الطول = ٢٠ سم

==========================

## تمارين (٥)

(١) مستطيل طوله يزيد عن عرضه بمقدار ٤ سم ومحيطه = ٣٢ سم أوجد أبعاده ثم أوجد مساحته

(٢) مستطيل طوله يزيد عن ضعف عرضه بمقدار ٣سم ومحيطه = ٣٦ سم أوجد أبعاده

(٣) مستطيل طوله ينقص عن ثلاث أمثال عرضه بمقدار ٢ سم ومحيطه = ٢٨سم أوجد أبعاده ثم أوجد مساحته

(٤) ثلاث أعداد فردية متتالية مجموعها ٤٥ أوجد هذه الاعداد

(٥) ثلاث أعداد زوجية متتالية مجموعها ٦٠ أوجد هذه الاعداد

(٦) زاويتان متتامتان قياسهما ٢ س ، س + ٣٠ من الدرجات أوجد قياس كلا منهما

(٧) زاويتان متكاملتان قياسهما س ، س + ٥٠ من الدرجات أوجد قياس كلا منهما

(٨) مثلث قياسات زواياه ٧ س ، ٥ س ، ٦ س من الدرجات أوجد قياس كلا منهما

(٩) زاويتان متقابلتان بالرأس قياس كلا منهما ٢ س - ٥٠ ، ٧٠ – س من الدرجات أوجد قياس كلا منهما

(١٠) إذا كان ق( أ ) = ٣س ، ق ( أ ) المنعكسة = س + ٢٠٠ من الدرجات أوجد قياس كلا منهما

(١١) عددان طبيعيان أحدهما ثلاثة أمثال الأخر فإذا كان مجموعهما ١٦ فأوجد العددين

(١٢) عمر رجل الان يزيد عن عمر ابنه بمقدار٣٢ سنة وبعد ١٠سنوات يصبح عمر الرجل ثلاثة أمثال عمر أبنه فما عُمر كلا منهما الان

(١٣) ثلاث أعداد طبيعية متتالية مجموعها ٣٠ أوجد هذه الاعداد

(١٤) أوجد العدد الذى إذا طرح من ضعفه ٣ كان الناتج ١٥

(١٥) إذا كان عمر باسم يزيد عن عمر أحمد بمقدار ٣ سنوات ومجموع عمريهما ٢٧أوجد عمر كلا منهما

# حل المتباينات فى ن

## خواص التباين

إذا كان أ < ب فإن

(١) أ + جـ < ب + جـ

(٢) أ – جـ < ب – جـ

(٣) أ جـ < ب جـ [ إذا كان جـ عدد موجب ]

(٤) أ جـ > ب جـ [ إذا كان جـ عدد سالب ]

==============================

## مثال ١: حل المتباينات الآتية فى ط ومثل الحل على خط الأعداد

(١) س – ٢ < ٣

الحل

س < ٣ + ٢

س < ٥

م . ح = { ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ }

-٣ -٢ -١ ٠ ١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦ ٧

==============================

(٢) س + ٥ < ٢

الحل

س < ٢ – ٥

س < -٣

م . ح = ϕ

==============================

(٣) ٣ س - ٤ ≤ ٨

الحل

٣ س ≤ ٨ + ٤

٣ س ≤ ١٢   ÷ ٣

٣س / ٣ ≤ ١٢ / ٣

س ≤ ٤

م . ح = { ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ }

-٣ -٢ -١ ٠ ١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦ ٧

## مثال٢: حل المتباينات الآتية فى ص ومثل الحل على خط الأعداد

(١) ٢س + ٣ < ٧

الحل

٢س < ٧ – ٣

٢س < ٤   ÷ ٢

٢س / ٢ < ٤ / ٢

س < ٢

م.ح = { ١ ، ٠ ، -١ ، -٢ ، .....}

-٣ -٢ -١ ٠ ١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦ ٧

==============================

(٢) ٣ – ٢ س ≤ ٧

الحل

-٢س ≤ ٧ – ٣

-٢س / -٢ ≤ ٤ / -٢   ÷ -٢

س ≥ -٢

م.ح = {-٢ ، -١ ، ٠ ، ١ ، .....}

-٣ -٢ -١ ٠ ١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦ ٧

==============================

(٣) ٥ < ٣س – ١ < ٨

الحل

٥ + ١ < ٣س – ١ + ١ < ٨ + ١

٦ < ٣س < ٩   ÷ ٣

٦ / ٣ < ٣س / ٣ ≤ ٩ / ٣

٢ < س < ٣

⟸ م . ح = ϕ

## مثال٣: حل المتباينات الآتية فى ح

(١) ٢س − ٥ ⩾ ٥

**الحل**

٢س − ٥ ⩾ ٥

٢س ⩾ ٥ + ٥

٢س ⩾ ١٠

$\frac{٢س}{٢}$ ⩾ $\frac{١٠}{٢}$

س ⩾ ٥

م.ح = { س: س ∈ ن ، س ⩾ ٥ }

==========================

(٢) −٤ < ٣س − ١ ⩽ ١١

**الحل**

−٤ + ١ < ٣س − ١ + ١ ⩽ ١١ + ١

−٣ < ٣س ⩽ ١٢

$\frac{-٣}{٣}$ < $\frac{٣}{٣}$ س ⩽ $\frac{١٢}{٣}$   ÷ ٣

−١ < س ⩽ ٤

م.ح = { س: س ∈ ن ، −١ < س ⩽ ٤ }

==========================

(٣) ٣س − ١ ≤ ٢س + ٣

**الحل**

٣س − ٢س ≤ ٣ + ١

س ≤ ٤

∴ م ح = { س : س ∈ ح ، س ≤ ٤ }

==========================

(٤) ٣س − ٥ ≥ ٧س + ٧

**الحل**

٣س − ٧س ≥ ٧ + ٥

−٤س ≥ ١٢   ÷ −٤

س ≤ $\frac{١٢}{-٤}$

س ≤ −٣

∴ م ح = { س : س ∈ ح ، س ≤ −٣ }

## تمارين (٦)

### س١ حل المتباينات الآتية فى ط

(١) س − ٣ > ٢

(٢) ٢س − ٥ < ٧

(٣) ٣س + ١ ⩾ ٧

(٤) ٥س − ٢ > ٢س + ١٠

(٥) ٥ < ٣س − ١ ⩽ ١١

(٦) ١٣ − ٣س < ٧

(٧) ٣س − ١٢ > س

==========================

### س٢ حل المتباينات الآتية فى ص

(١) ٣س + ٢ > ١٧

(٢) ٢س − ٣ < ٥

(٣) ٥س + ١ < ١١

(٤) ٣ < ٢س − ١ ≤ ٧

(٥) ١٣ − ٢س > ٣

(٦) ٥ − ٣س < ١٧

(٧) ٤س − ١ > س + ٨

(٨) ٢س − ٣ < ١٧ − ٣س

==========================

### س٣ حل المتباينات الآتية فى ح

(١) ٣س − ٢ > ٥

(٢) ٢س + ٣ < ٨

(٣) ٥ − ٢س > ١١

(٤) ٢ (س − ٣) < ٥

(٥) ٧س − ٢ ≥ ٢س + ٨

(٦) ٢ < س + ٢ < ٨

(٧) −٢ < ٤ − ٣س ≤ ٧

(٨) $\frac{١}{٥}$ − س ≥ $\frac{٣}{٥}$

# الإحصاء

## التجربة العشوائية :

هى تلك التجربة التى يمكن التنبؤ بجميع نتائجها ولا يمكن الجزم بأيا من هذه النتائج يحدث

**فضاء العينة :** هو كل نواتج التجربة العشوائية

**الحدث :** هو جزء من فضاء العينة وأنواعه

### (١) حدث بسيط

هو حدث يحتوى على ناتج واحد فقط ويسمى احيانا بالحدث الأولى

### (٢) الحدث المؤكد

يرمز له بالرمز ف

إحتمال الحدث المؤكد = ١ ⟸ ل (ف) = ١

### (٣) الحدث المستحيل

يرمز له بالرمز $\emptyset$

إحتمال الحدث المستحيل = صفر ⟸ ل ($\emptyset$) = صفر

$$٠ \le ل(\text{ا}) \le ١$$

أحتمال وقوع الحدث ا = $\frac{\text{عدد عناصر الحدث ا}}{\text{عدد عناصر فضاء العينة}}$

ل (ا) = $\frac{\text{ن (ا)}}{\text{ن (ف)}}$

**١** فى تجربة إلقاء حجر نرد مرة واحدة فقط وملاحظة الوجه العلوى إحسب الإحتمالات الآتية :

(١) ظهور عدد زوجي

ا = {٢ ، ٤ ، ٦} ⟸ ل(ا) = $\frac{٣}{٦} = \frac{١}{٢}$

(٢) ظهور عدد فردى

ب = {١ ، ٣ ، ٥} ⟸ ل(ب) = $\frac{٣}{٦} = \frac{١}{٢}$

(٣) ظهور عدد أولى

جـ = {٢ ، ٣ ، ٥} ⟸ ل(جـ) = $\frac{٣}{٦} = \frac{١}{٢}$

(٤) ظهور عدد أقل من ٥

ء = {١، ٢، ٣، ٤} ⟸ ل(ء) = $\frac{٤}{٦} = \frac{٢}{٣}$

(٥) ظهور عدد أولى زوجي

و = {٢} ⟸ ل(و) = $\frac{١}{٦}$

(٦) ظهور عدد يقبل القسمة على ٣

هـ = {٣ ، ٦} ⟸ ل(هـ) = $\frac{٢}{٦} = \frac{١}{٣}$

(٧) ظهور عدد أكبر من ٦

= $\emptyset$ ⟸ ل ($\emptyset$) = صفر

---

**٢** صندوق يحتوى ٦ كرات حمراء ، ٥ كرات صفراء ، ٤ كرات خضراء عند سحب كرة واحدة عشوائياً إحسب الإحتمالات الآتية :

(١) ظهور كرة حمراء = $\frac{٦}{١٥} = \frac{٢}{٥}$

(٢) ظهور كرة زرقاء = صفر

(٣) ظهور كرة خضراء = $\frac{٤}{١٥}$

(٤) ظهور حمراء أو صفراء = $\frac{٦+٥}{١٥} = \frac{١١}{١٥}$

(٥) ظهور كرة ليست حمراء = $\frac{٩}{١٥} = \frac{٣}{٥}$

**٣** صندوق يحتوى ٢٠ بطاقة مرقمة من ١ إلى ٢٠
عند سحب بطاقة عشوائياً إحسب الإحتمالات الآتية :

(١) ظهور عدد زوجى = $\frac{١٠}{٢٠} = \frac{١}{٢}$

(٢) ظهور عدد فردى = $\frac{١٠}{٢٠} = \frac{١}{٢}$

(٣) ظهور عدد أولى = $\frac{٨}{٢٠} = \frac{٢}{٥}$

{٢، ٣، ٥، ٧، ١١، ١٣، ١٧، ١٩}

(٤) ظهور عدد يقبل القسمة على ٥ = $\frac{٤}{٢٠} = \frac{١}{٥}$

{٥، ١٠، ١٥، ٢٠}

(٥) ظهور مضاعفات العدد ٤ = $\frac{٥}{٢٠} = \frac{١}{٤}$

{٤، ٨، ١٢، ١٦، ٢٠}

==============================

**٤** مجموعة مكونة من ١٠٠ تلميذ نجح منهم ٥٩ طالب فى اللغة الانجليزية ، ٣٥ طالب فى التاريخ ، ٢٠ طالب فى المادتين معاً فإذا أختير تلميذ واحد عشوائيا أوجد أن يكون أحتمال الطالب المختار

أ ناجحاً فى التاريخ　　ب راسبا فى التاريخ

جـ ناجحاً فى اللغة الانجليزية　　ء راسبا فى اللغة الانجليزية

**الحل**

ل ( أ ) = $\frac{٣٥}{١٠٠}$ = ٠,٣٥

ل ( ب ) = $\frac{٦٥}{١٠٠}$ = ٠,٦٥

ل( جـ ) = $\frac{٥٩}{١٠٠}$ = ٠,٥٩

ل( ء ) = $\frac{٤١}{١٠٠}$ = ٠,٤١

==============================

**٥** أ ) إذا كان احتمال نجاح تلميذ $\frac{٥}{٨}$ فان احتمال رسوبه = ..$\frac{٣}{٨}$..

ب) فصل به ٥٠ تلميذاً فإذا كان احتمال نجاح هؤلاء التلاميذ هو ٠,٨ احسب عدد التلاميذ المتوقع نجاحهم

**الحل**

عدد التلاميذ المتوقع نجاحهم =

٠,٨ × ٥٠ = ٤٠ تلميذاً

## تمارين (٧)

**١** صندوق به ٥ كرات بيضاء ، ٣ كرات حمراء ، ٧ كرات سوداء كلها متماثلة إلا من حيث اللون فإذا سحبت كرة واحدة عشوائيا فاوجد إحتمال أن تكون الكرة المسحوبة

أ ) بيضاء　　ب ) حمراء أو سوداء　　جـ ) ليست سوداء

==============================

**٢** ألقى حجر نرد منتظم مرة واحدة أوجد إحتمال الحصول على:

أ ) العدد ٥　　ب ) العدد ٣

جـ ) عدد فردى　　ء ) عدد زوجى أولى

هـ ) عدد أكبر من ٦　　و ) عدد أقل من ٧

==============================

**٣** سحبت بطاقة واحدة عشوائيا من ثمانى بطاقات مرقمة من ١ إلى ١٥ أكتب فضاء العينة ثم أوجد الإحتمالات الأتية:

أ ) حدث الحصول على عدد زوجى

ب) على عدد فردى

جـ) على عدد أكبر من أو يساوى ٦

ء) عدد يقبل القسمة على ٣

==============================

**٤** فصل دراسى به ٤٠ طالب نجح منهم ٣٨ طالب فى الرياضيات ، ٣٦ طالب قد نجح فى العلوم ، ٣٤ طالب نجح فى الإمتحانين معا فإذا أختير طالب عشوائيا أوجد إحتمال أن يكون هذا الطالب المختار

أ ناجحا فى الرياضيات　　ب راسبا فى العلوم

جـ ناجحا فى العلوم　　ء راسبا فى الرياضيات والعلوم

==============================

**٥** من مجموعة الارقام { ٢ ، ٣ ، ٥ } كون عدد مكون من رقمين مختلفين واكتب فضاء العينة واوجد احتمال :

أ ) أن يكون رقم الاحاد زوجيا

ب) أن يكون مجموع الرقمين أكبر من ٥

==============================

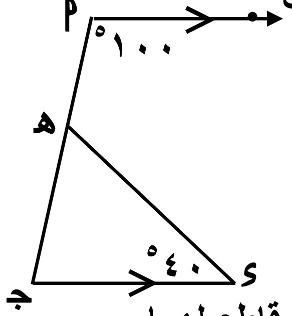
**٦** كيس به عدد من الكرات المتماثلة منهم ٢ باللون الاخضر ، ٤ باللون الازرق ، والباقى باللون الاحمر فإذا كان احتمال سحب كرة خضراء = $\frac{١}{٦}$ اوجد عدد الكرات الحمراء

# هندسة الاول الاعدادي

# البرهان الإستدلالى

**(١) فى الشكل المقابل**

$\overleftarrow{أب} // \overline{جـ ى}$ ، 
ق (∠ أ) = ١٠٠°
، ق (∠ ى) = ٤٠
أوجد ق (∠ أ هـ ى)




**البرهان**

∵ $\overleftarrow{أب} // \overline{جـ ى}$ ، $\overline{أ جـ}$ قاطع لهما

∴ ق (∠ أ) + ق (∠ جـ) = ١٨٠°

لأنهما داخلتان فى جهة واحدة من القاطع

∴ ق (∠ جـ) = ١٨٠° - ١٠٠° = ٨٠°

فى Δ ى هـ جـ

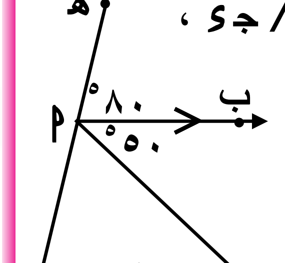
ق (∠ هـ) = ١٨٠° - (٨٠° + ٤٠°) = ٦٠°

∴ ق (∠ أ هـ ى) = ١٨٠° - ٦٠° = ١٢٠°

==============================

**(٢) فى الشكل المقابل** $\overleftarrow{أب} // \overline{جـ ى}$ ،

ق (∠ ب أ هـ) = ٨٠° ،
ق (∠ ب أ ى) = ٥٠°
أوجد ق (∠ ى) ، ق (∠ جـ)




**البرهان**

∵ $\overleftarrow{أب} // \overleftarrow{جـ ى}$ ، $\overleftarrow{جـ هـ}$ قاطع لهما

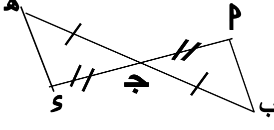
∴ ق (∠ ى) = ق (∠ ب أ ى) = ٥٠° بالتبادل

∴ ق (∠ جـ) = ق (∠ ب أ هـ) = ٧٠° بالتناظر

==============================

**(٣) فى الشكل المقابل**

أ جـ = ى جـ ، ب جـ = هـ جـ
اثبت أن $\overline{أب} // \overline{هـ ى}$




**البرهان**

ΔΔ أ ب جـ ، ى هـ جـ

فيهما
أ جـ = ى جـ
ب جـ = هـ جـ
ق (∠ أ جـ ب) = ق (∠ ى جـ هـ)
بالتقابل بالرأس

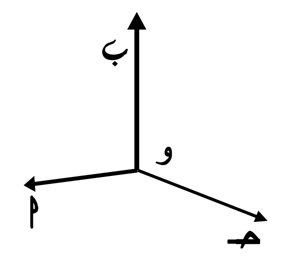
∴ يتطابق المثلثان و ينتج أن

ق (∠ هـ) = ق (∠ ب) وهما فى وضع تبادل

∴ $\overline{أب} // \overline{هـ ى}$

**(٤) فى الشكل المقابل :**

إذا كان $\overline{و أ} \perp \overline{و ب}$ ،
ق (∠ أ و هـ) = ١٥٠
أوجد ق (∠ ب و هـ)




**البرهان**

∵ $\overline{و أ} \perp \overline{و ب}$ ∴ ق (أ و̂ ب) = ٩٠

∵ مجموع قياسا الزوايا المتجمعة حول و = ٣٦٠°

∴ ق ( ب و̂ جـ ) = ٣٦٠ – ( ١٥٠ + ٩٠ ) = ١٢٠

==============================

**(٥) فى الشكل المقابل**

م ن ينصف ∠ حـ م ب ،
ق (∠ أ م د) = ١٤٨° ،
أوجد ق (∠ حـ م أ )
، ق (∠ أ م ن)
، ق (∠ ن م د )

أ
١٤٨°
م
د
حـ
ب
ن

**البرهان**

∴ ق (∠ حـ م أ) = ١٨٠° – ١٤٨° = ٣٢°

∴ ق (∠ أ م د) = ق (∠ حـ م ب) = ١٤٨°
بالتقابل بالرأس

∵ م ن ينصف ∠ ب م حـ

∴ ق (∠ أ م ن) = ق (∠ ن م ب) = ١٤٨ ÷ ٢ = ٧٤

∴ ق (∠ أ م حـ) = ق (∠ د م ب) = ٣٢°
بالتقابل بالرأس

∴ ق (∠ ن م د) = ق (∠ ن م ب) + ق (∠ ب م د)
= ٧٤° + ٣٢° = ١٠٦

# المضلع

**الخط البسيط :**
هو الخط الذى لا يقطع نفسه

**الخط غير البسيط :**
هو الخط الذى يقطع نفسه

**الخط المفتوح :**
هو الخط الذى نقطة بدايته غير نقطة نهايته

**الخط المغلق :**
هو الخط الذى ينتهى عند النقطة التى بدأ منها

**المضلع :**
هو خط مغلق بسيط مكون من إتحاد عدة قطع مستقيمة
كل قطعة مستقيمة منها تسمى ضلع
يسمى المضلع بعدد أضلاعه

**المضلع المحدب :**
فى المضلع المحدب أى مستقيم يتعين برأسين متتالين تكون بقية رؤوس المضلع واقعة فى أحد جانبى هذا المستقيم
ويلاحظ أن أى زاوية من زوايا ه قياسها أقل من ١٨٠ ْ

مضلع محدب     مضلع مقعر

**المضلع المقعر :**
فى المضلع المقعر توجد مستقيمات تتعين برأسين متتالين و تقع بقية رؤوس المضلع على جانبى هذه المستقيمات
ويلاحظ أنه توجد زاوية واحدة على الأقل من زوايا ه قياسها أكبر من ١٨٠

**قطر المضلع**
القطعة المستقيمة الواصلة بين رأسين غير متتالين فى المضلع

عدد أقطار مضلع عدد أضلاعه ن = $\frac{ن(ن-٣)}{٢}$

عدد المثلثات التى ينقسم إليها مضلع عدد أضلاعه ن = ن − ٢

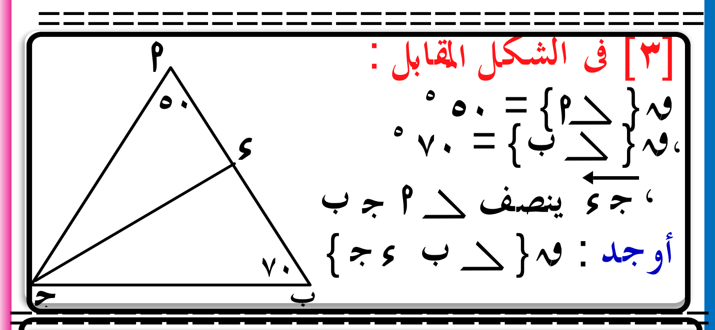
مجموع قياسات الزوايا الداخلة لمضلع عدد أضلاعه ن
= (ن − ٢) × ١٨٠ ْ

## تمارين (٨)

**[١] فى الشكل المقابل**
$\overleftarrow{مه} \perp \overleftrightarrow{أب}$
ق(∠ب م د) = ٤٠ ْ
أوجد : ق(∠ه م د) ، ق(∠جـ م أ)

=========================

**[٢] فى الشكل المقابل :**
ق(∠أ جـ ء) = ق(∠ء جـ ه)
جـ ء ، [ه و ، ق(∠أ) = ٦٠ ْ
، ق(∠ه) = ١٢٠ ْ
أوجد : ق(∠ء جـ ه)
اثبت أن : $\overleftarrow{أب}$ // $\overleftarrow{جـ ء}$

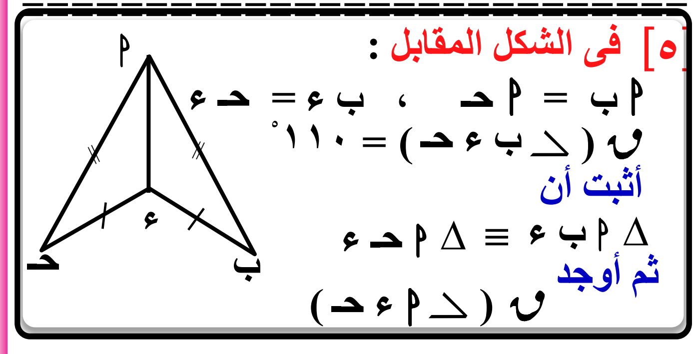


=========================

**[٣] فى الشكل المقابل :**
ق(∠أ) = ٥٠ ْ
، ق(∠ب) = ٧٠ ْ
، جـ ء ينصف ∠أ جـ ب
أوجد : ق(∠ب ء جـ)

**[٤] فى الشكل المقابل :**
ءهـ // أب ، بـحـ // ءه
ق(∠أ ب حـ) = ٤٨ ْ
أوجد ق(∠ه ء حـ)

**[٥] فى الشكل المقابل :**
أب = أحـ ، ب ء = حـ ء
ق(∠ب ء حـ) = ١١٠ ْ
أثبت أن
Δ أ ب ء ≡ Δ أ حـ ء
ثم أوجد
ق(∠أ ء حـ)



=========================

**المضلع المنتظم :**

هو المضلع الذى تتساوى فيه أطوال أضلاعه وتتساوى قياسات زواياه

مثلث متساوى الأضلاع ، مربــع ، سداسى منتظم

مجموع قياسات الزوايا الخارجة لمضلع محدب عدد أضلاعه $ن = ٣٦٠°$

قياس كل زاوية من زوايا مضلع منتظم عدد أضلاعه $ن = \frac{(ن - ٢) \times ١٨٠°}{ن}$

عدد أضلاع المضلع المنتظم $= \frac{٣٦٠°}{١٨٠° - س°}$

**ملاحظات على المضلع**

المضلع الذى ليس له أقطار هو المثلث

المضلع الرباعى المنتظم هو المربع

المضلع الثلاثى المنتظم هو المثلث متساوى الأضلاع

**تدريبات**

(١) إحسب مجموع قياسات الزوايا الداخلة للشكل السداسى

**الحل** مجموع قياسات الزوايا الداخلة للمضلع

$= (ن - ٢) \times ١٨٠°$

$= (٦ - ٢) \times ١٨٠° = ٧٢٠°$

(٢) إحسب مجموع قياسات الزوايا الداخلة للشكل الرباعى

**الحل** مجموع قياسات الزوايا الداخلة للمضلع

$= (ن - ٢) \times ١٨٠°$

$= (٤ - ٢) \times ١٨٠° = ٣٦٠°$

(٣) إحسب قياس الزاوية الداخلة للشكل الخماسى المنتظم

**الحل** $= \frac{(ن - ٢) \times ١٨٠°}{ن}$

$= \frac{(٥ - ٢) \times ١٨٠°}{٥} = ١٠٨°$

(٤) إحسب عدد أقطار الشكل السداسى

$= \frac{ن (ن - ٣)}{٢} = \frac{٦ (٦ - ٣)}{٢} = ٩$

(٥) إحسب عدد أضلاع مضلع منتظم قياس إحدى زواياه ١٠٨°

**الحل** $= \frac{٣٦٠°}{١٨٠° - س°} = \frac{٣٦٠°}{١٨٠° - ١٠٨°} = ٥$

(٦) إحسب محيط مضلع ثمانى منتظم طول ضلعه ٣ سم

**الحل** المحيط $= ٨ \times ٣ = ٢٤$ سم

(٧) فى الشكل المقابل

$\overline{أب} // \overline{جـ ء}$ ، ق(∠جـ ء و) = ١٢٠°

، ق(∠أ هـ ب) = ٧٠°

، ق(∠أ) = ٥٠°

أوجد ق(∠و)

**الحل**

فى Δ أ ب هـ

∴ ق(∠ب) = ١٨٠° - (٧٠° + ٥٠°) = ٦٠°

∵ ق(∠أ هـ ب) = ق(∠و هـ جـ) = ٧٠° بالتقابل بالرأس

∵ $\overline{أب} // \overline{جـ ء}$ ، $\overline{بجـ}$ قاطع لهما

∴ ق(∠ب) = ق(∠جـ) = ٦٠° بالتبادل

فى الشكل الرباعى هـ و ء جـ

∵ مجموع قياسات الزوايا الداخلة للشكل الرباعى = ٣٦٠°

∴ ق(∠و) = ٣٦٠° - (٧٠° + ٦٠° + ١٢٠°) = ١١٠°

=========================

(٨) فى الشكل المقابل

Δ أ ب هـ متساوى الأضلاع ،

ق(∠جـ) = ٩٠°

، ق(∠ء) = ٨٥° أوجد ق(∠و)

**الحل**

∵ Δ أ ب هـ متساوى الأضلاع

∴ قياس كل زاوية من زواياه الداخلة = ٦٠°

∴ ق(∠أ هـ ب) = ٦٠°

∵ ق(∠أ هـ ب) = ق(∠و هـ جـ) = ٦٠°

بالتقابل بالرأس

فى الشكل الرباعى هـ و ء جـ

∵ مجموع قياسات الزوايا الداخلة للشكل الرباعى = ٣٦٠°

∴ ق(∠و) = ٣٦٠° - (٩٠° + ٦٠° + ٨٥°) = ١٢٥°

## تمارين (٩)

١ أكمل ما يأتى :

(١) يكون المضلع منتظماً إذا كان ...... ، ......

(٢) عدد المثلثات التى ينقسم إليها أى مضلع يساوى ....

(٣) مجموع قياسات زوايا المضلع الخماسى المنتظم=....

(٤) قياس كل زاوية من زوايا المضلع السداسى المنتظم=....

(٥) محيط مضلع منتظم طول ضلعه ٥ سم = ....

(٦) طول ضلع مضلع رباعى منتظم محيطه ١٦سم =....

(٧) المضلع الذى ليس له أقطار هو ....

(٨) عدد أقطار المضلع الرباعى = ....

(٩) عدد أضلاع مضلع منتظم قياس إحدى زواياه ١٢٠° = ....

٢ فى الشكل المقابل :

ق ( ∠ أ ) = ٨٠°
، ق ( ∠ ء ) = ١٢٠°
، ق (∠حـ ب هـ ) =١٣٠°

أوجد ق ( ∠ ء حـ ب )

٣ فى الشكل المقابل :

أهـ ∩ حـو = { ء } ،
ق ( ∠ أ ) = ١٢٥°
، ق ( ∠ حـ ) = ١٠٠°

أوجد ق ( ∠ حـ ب أ )

٤ مضلع محدب منتظم إحدي زواياه الداخلة = ١٠٨°

أوجد ما يأتى :

(١) عدد أضلاع المضلع

(٢) عدد أقطاره

(٣) محيط المضلع إذا كان أحد أضلاعه = ٥ سم

# متوازى الأضلاع

## متوازي الاضلاع

هو شكل رباعى فيه

(١) كل ضلعين متقابلين متوازيين

(٢) كل ضلعين متقابلين متساويين

(٣) كل زاويتين متقابلتين متساويتين

(٤) كل زاويتين متتاليتين متكاملتين ( ١٨٠ )

(٥) القطران ينصف كلا منهما الأخر

## حالاته الخاصة

### (١) المستطيل

هو متوازى أضلاع إحدى زواياه قائمة

**خواص المستطيل :**

به جميع خواص متوازى الأضلاع

(١) جميع زواياه قائمة ( ٩٠° )

(٢) القطران متساويان

### (٢) المعين

هو متوازى أضلاع فيه ضلعان متجاوران متساويان

**خواص المعين**

به جميع خواص متوازى الأضلاع

(١) جميع أضلاعه متساوية

(٢) القطران متعامدان ، ينصفان زواياه

### (٣) المربع

هو مستطيل فيه ضلعان متجاوران متساويان فى الطول

أ، هو معين إحدى زواياه قائمة

**خواص المربع**

به جميع خواص متوازى الأضلاع والمستطيل والمعين

(١) الزاوية المحصورة بين الضلع والقطر فى المربع = ٤٥

**شبه المنحرف** هو شكل رباعي فيه ضلعان متقابلان متوازيان و غير متساويان

## متى يكون الشكل الرباعى متوازى أضلاع

**يكون الشكل الرباعى متوازى أضلاع إذا كان :**

**(١) كل ضلعين متقابلين متوازيين**

**(٢) كل ضلعين متقابلين متساويين**

**(٣) كل زاويتين متقابلتين متساويتين**

**(٤) كل زاويتين متتاليتين متكاملتين ( ١٨٠ )**

**(٥) القطران ينصف كلا منهما الأخر**

**(٦) ضلعين فيه متقابلين متساويين ومتوازيين**

**١ : فى الشكل المقابل :**

أ ب جـ ء متوازى أضلاع فيه أ ب = ٥ سم ، ب جـ = ٨ سم ، ق (ب) = ١٣٥

أوجد

(١) ق (جـ)

(٢) محيط متوازى الأضلاع

**البرهان**

∵ أ ب جـ ء متوازى أضلاع

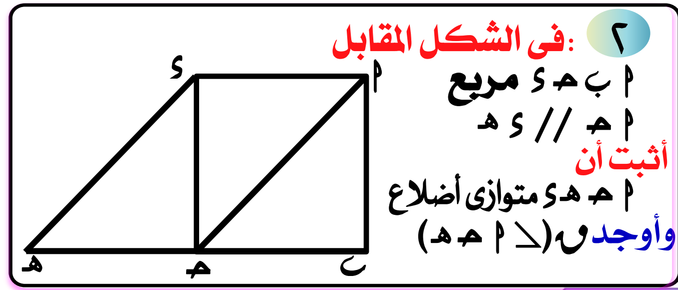
∴ ق (ب) + ق (جـ) = ١٨٠

∴ ق (جـ) = ١٨٠ – ١٣٥ = ٤٥

∴ أ ب = جـ ء = ٥ سم ∴ ب جـ = أ ء = ٨ سم

∴ محيط متوازى الأضلاع = ٥ + ٥ + ٨ + ٨ = ٢٦ سم

**٢ : فى الشكل المقابل**



أ ب جـ ء مربع

أ جـ // ء هـ

أثبت أن أ جـ هـ ء متوازى أضلاع

وأوجد ق (∠ أ جـ هـ)

**البرهان**

∵ أ ب جـ ء مربع ∴ أ ء // ب جـ

∴ أ ء // جـ هـ ①

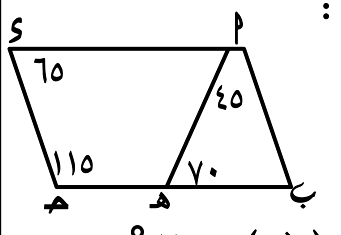
، أ جـ // ء هـ ②

∴ أ جـ هـ ء متوازى أضلاع

∵ أ ب جـ ء مربع، أ جـ قطرفيه ∴ ق (∠ء أ جـ) = ٤٥°

∴ ق (∠ أ جـ هـ) = ٤٥ + ٩٠ = ١٣٥

**٣ فى الشكل المقابل :**




هـ ∈ ب جـ ، ق (∠هـ أ ب) = ٤٥° ، ق (∠أ هـ ب) = ٧٠° ، ق (∠ء) = ٦٠° ، ق (∠جـ) = ١١٥°

أثبت أن أ ب جـ ء متوازي أضلاع

**البرهان**

∵ أ ب هـ Δ

∴ ق (∠ب) = ١٨٠ – {٧٠ + ٤٥} = ٦٥

∵ أ ب جـ ء شكل رباعي

∴ ق (∠ب أ ء) = ٣٦٠ – { ١١٥ + ٦٥ + ٦٥} = ١١٥

∵ ق (∠ب) = ق (∠ء) ،

ق (∠جـ) = ق (∠ب أ ء)

∴ أ ب جـ ء متوازي أضلاع

**٤ أكمل ما يأتى :**

(١) متوازى أضلاع قطراه متساويان يكون.........مستطيل

(٢) متوازى أضلاع إحدى زواياه قائمة يكون.........مستطيل

(٣) متوازى أضلاع قطراه متعامدان يكون.........معين

(٤) متوازى أضلاع فيه ضلعان متجاوران متساويان يكون.....معين

(٥) متوازى أضلاع قطراه متساويان ومتعامدان يكون......مربع

(٦) متوازى أضلاع فيه ضلعان متجاوران متساويان و إحدى زواياه قائمة يكون.........مربع

(٧) مستطيل قطراه متعامدان يكون.........مربع

(٨) معين إحدى زواياه قائمة يكون.........مربع

(٩) قطرا المربع ...ينصف كل منهما الآخر...، ...متعامدان...، ...متساويان

(١٠) قطرا المعين ...ينصف كل منهما الآخر...، ...متعامدان...، ...ينصفان زواياه

(١١) ...شبه المنحرف... هو شكل رباعي فيه ضلعان متقابلان متوازيان و غير متساويان

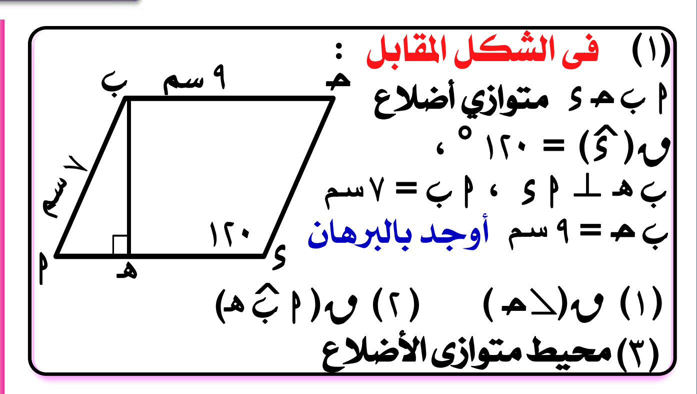
(١٢) الشكل الرباعى الذى قطراه ينصف كلا منهما الاخر يسمى ...متوازي أضلاع...

(١٣) فى متوازى الأضلاع أ ب جـ ء إذا كان ق (∠أ) = ٧٠° فإن ق (∠ب) = ...١١٠°...

(١٤) قياس الزاوية المحصورة بين ضلع المربع وقطره = ...٤٥°...

(١٥) المربع هو ...مستطيل... إحدى زواياه قائمة

## تمارين (١٠)



(١) فى الشكل المقابل :

ٮ ب حـ ء متوازي أضلاع

ق(ءَ) = ١٢٠ ° ،

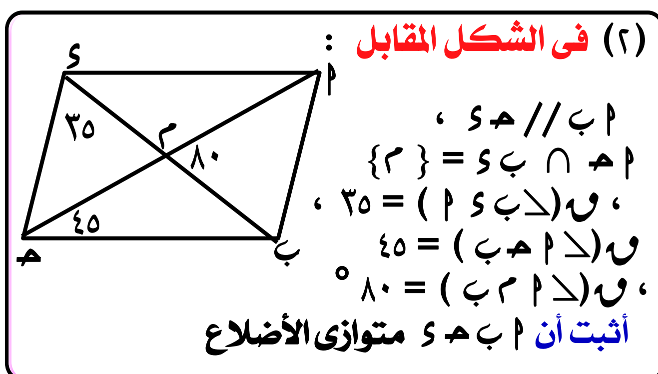
ب هـ ⊥ ٮ ء ، ٮ ب = ٧ سم

ب حـ = ٩ سم أوجد بالبرهان

(١) ق(∠حـ) (٢) ق(ٮ بَ هـ)

(٣) محيط متوازى الأضلاع





(٢) فى الشكل المقابل :

ٮ ب // هـ ء ،

ٮ هـ ∩ ب ء = { م }

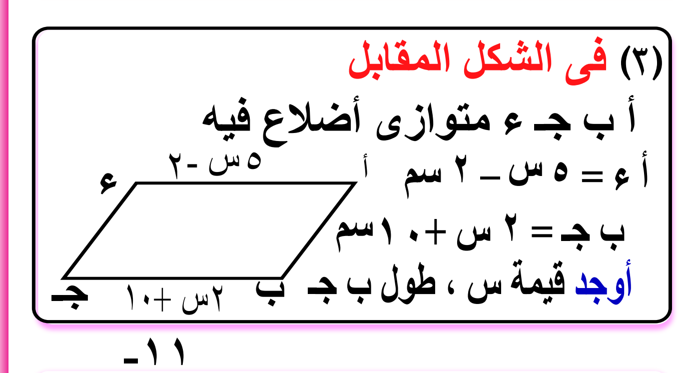
، ق(∠ب ء ٮ) = ٣٥ ،

ق(∠ٮ هـ ب) = ٤٥

، ق(∠ٮ م ب) = ٨٠ °

أثبت أن ٮ ب هـ ء متوازى الأضلاع





(٣) فى الشكل المقابل

أ ب جـ ء متوازى أضلاع فيه

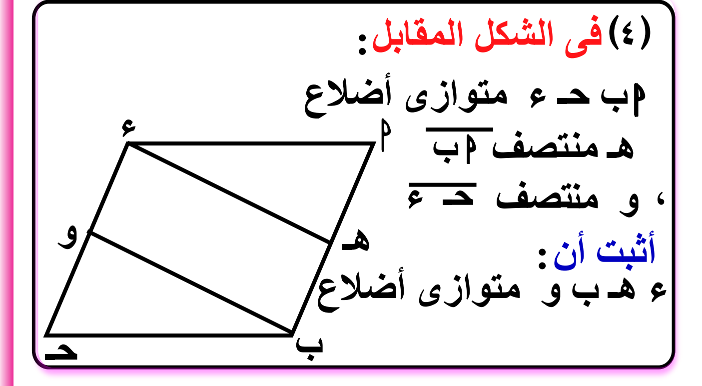
أ ء = ٥ س ــ ٢ سم

ب جـ = ٢ س + ١٠ سم

أوجد قيمة س ، طول ب جـ



- ١١



(٤) فى الشكل المقابل:

ٮ ب حـ ء متوازى أضلاع

هـ منتصف ٮ ب

، و منتصف حـ ء

أثبت أن:

ء هـ ب و متوازى أضلاع



٥ أكمل ما يأتى :

(١) قطرا المعين ‥‥ ، ‥‥‥

(٢) إذا كانت الزوايا الداخلة فى الشكل الرباعى متساوية فى القياس فإنه يكون‥‥ ،أ‥‥‥

(٣) المربع هو ‥‥ أضلاعه ‥‥

(٤) فى متوازى الأضلاع إذا تساوى القطران فى الطول فإنه يكون ‥‥

(٥) المربع هو ‥‥ إحدى زواياه قائمة

(٦) قطرا المستطيل ‥‥ ، ‥‥‥‥

(٧) فى المربع القطران ‥‥‥،‥‥‥،‥‥‥‥،‥‥‥‥

(٨) متوازى الأضلاع الذى قطراه متعامدان ومتساويان فى الطول يسمى‥‥

(٩) قياس الزاوية المحصورة بين ضلع المربع وقطره= ‥‥‥

(١٠) فى متوازى الأضلاع ٮ ب حـ ء إذا كان ق(∠ ٮ) = ٧٠ ° فإن

ق(∠ حـ) = ‥‥‥ ° ، ق(∠ ب) = ‥‥ °

(١١) القطران متساويان فى الطول فى ‥‥

ومتعامدان وغير متساويين فى الطول ‥‥

ومتساويين فى الطول ومتعامدين فى ‥‥

(١٢) معين إحدى زواياه قائمة يكون..........

(١٣) مستطيل قطراه متعامدان يكون..........

(١٤) المعين الذى محيطه ٢٤ سم يكون طول ضلعه= ........ سم

(١٥) إذا كان أ ب جـ ء معين فإن ........... ⊥ ...........

(١٦) متوازى الاضلاع الذى قطراه ........... يسمى مستطيل

(١٧) الشكل الرباعى الذى فيه

ضلعان متقابلان متوازيان وغير متساويان يسمى ..........

(١٨) متوازى اضلاع فيه ق(∠ ٮ) + ق (∠جـ) =١٦٠

فان ق (∠ب) =............

# المثلث

## نظرية ١

**مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلة = ١٨٠°**

### نتيجة ١

**قياس الزاوية الخارجة عند رأس من رؤوس مثلث تساوى مجموع قياسى الزاويتين الداخلتين عدا المجاورة لها**

### نتيجة ٢

**إذا ساوت زاويتين فى مثلث زاويتين فى مثلث أخر فإن الزاوية الثالثة فى المثلث الأول تساوى الزاوية الثالثة فى المثلث الأخر**

### نتيجة ٣

**(١) إذا ساوت زاوية فى مثلث مجموع الزاويتين الاخريتين كانت هذه الزاوية قائمة**

**(٢) إذا كان قياس زاوية فى مثلث أكبر من مجموع الزاويتين الاخريتين كانت هذه الزاوية منفرجة**

**(٣) إذا كان قياس زاوية فى مثلث أصغر من مجموع الزاويتين الاخريتين كانت هذه الزاوية حاده**

**ملاحظة:** فى أى مثلث توجد زاويتان حادتان على الأقل

قياس الزاوية الخارجة عن المثلث أكبر من قياس أى زاوية داخلة عدا المجاورة لها

## تدريبات

١) (∠أ ب ء) خارجة عن المثلث أ ب جـ

ق(∠أب ء) = ق (∠أ) + ق (∠جـ)

ق(∠أب ء) = ٦٠° + ٨٠° = ١٤٠°

==============================

٢) فى الشكل المقابل

ق(∠أجـهـ)=١٢٠

، ق(∠ب أجـ)=٧٠°

، ء و // ب جـ أوجد ق(∠ء)

**البرهان** ∵ (∠أجـهـ) خارجة عن المثلث أ ب جـ

∴ ق(∠أجـهـ) = ق(∠ب) + ق(∠ب أ جـ)

∴ ق(∠ب) = ١٢٠° − ٧٠° = ٥٠°

∵ ء و // ب جـ ، ء ب قاطع لهما

∴ ق(∠ء) = ق(∠ب) = ٥٠° بالتبادل

==============================

## نظرية ٢

**الشعاع المرسوم من منتصف ضلع فى مثلث موازيا أحد الضلعين الأخرين فإنه ينصف الضلع الثالث**

إذا كان

ء منتصف أ ب ، ء و // ب جـ

فإن : و منتصف أ جـ

### نتيجة ١

**القطعة المستقيمة المرسومة من منتصفى ضلعين فى مثلث توازى الضلع الثالث**

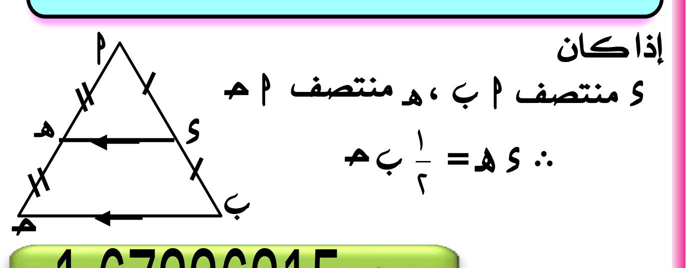
إذا كان

ء منتصف أ ب ، هـ منتصف أ جـ

فإن ء هـ // ب جـ

### نتيجة ٢

**طول القطعة المستقيمة المرسومة من منتصفى ضلعين فى مثلث تساوى نصف طول الضلع الثالث**

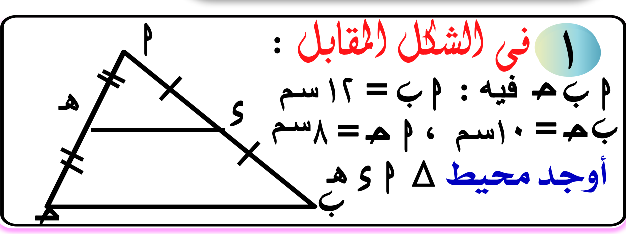


إذا كان

ء منتصف أ ب ، هـ منتصف أ جـ

∴ ء هـ = $\frac{1}{2}$ ب جـ

**١ في الشكل المقابل :**




أ ب حـ فيه : أ ب = ١٢ سم

ب حـ = ١٠ سم ، أ حـ = ٨ سم

أوجد محيط Δ أ ء هـ

**البرهان**

∵ ء ، هـ منتصفى أ ب ، أ حـ

∴ ء هـ = $\frac{١}{٢}$ ب حـ = ٥ سم

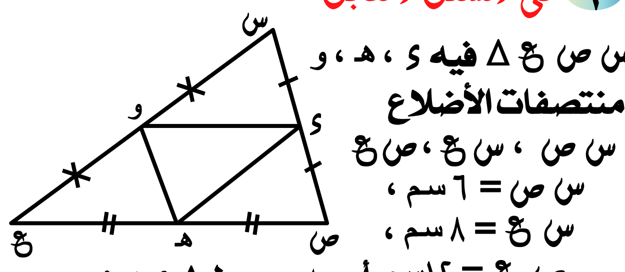
∴ أ ء = $\frac{١}{٢}$ أ ب = ٦ سم

∴ أ هـ = $\frac{١}{٢}$ أ حـ = ٤ سم

∴ محيط Δ أ ء هـ = ٤ + ٦ + ٥ = ١٥ سم

---

**٢ في الشكل المقابل:**




س ص ع Δ فيه ء ، هـ ، و

منتصفات الأضلاع

س ص ، س ع ، ص ع

س ص = ٦ سم ،

س ع = ٨ سم ،

ص ع = ١٢سم أوجد محيط Δ ء هـ و

**البرهان**

∵ ء ، هـ منتصفى س ص ، ص ع

∴ ء هـ = $\frac{١}{٢}$ س ع = ٤ سم

∵ ء ، و منتصفى س ص ، س ع

∴ ء و = $\frac{١}{٢}$ ص ع = ٦ سم

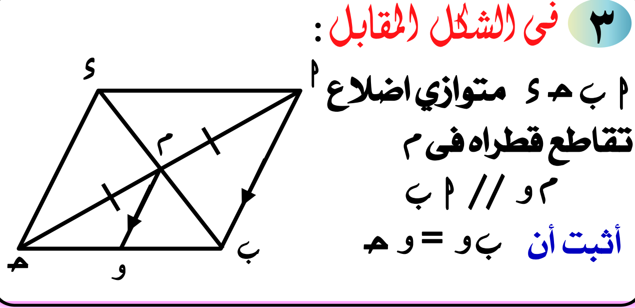
∵ و ، هـ منتصفى س ع ، ص ع

∴ و هـ = $\frac{١}{٢}$ س ص = ٣ سم

∴ محيط Δ ء هـ و = ٣ + ٦ + ٤ = ١٣ سم

---

**٣ في الشكل المقابل:**




أ ب حـ ء متوازي اضلاع

تقاطع قطراه في م

م و // أ ب

أثبت أن ب و = و حـ

**البرهان**

∵ أ ب حـ ء متوازي اضلاع

∴ القطران ينصف كلا منهما الاخر

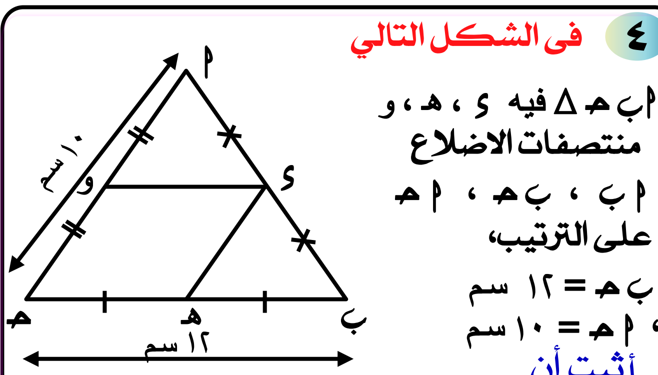
∴ م منتصف أ حـ ، ب ء

∵ م و // أ ب ، م منتصف أ حـ

∴ و منتصف ب حـ

∴ ب و = و حـ

**٤ في الشكل التالي**




أ ب حـ Δ فيه ء ، هـ ، و

منتصفات الاضلاع

أ ب ، ب حـ ، أ حـ

على الترتيب،

ب حـ = ١٢ سم

، أ حـ = ١٠ سم

أثبت أن

الشكل ء هـ حـ و متوازي أضلاع وأوجد مساحته

**البرهان**

∵ ء ، و منتصفى $\overline{أ ب}$ ، $\overline{أ حـ}$

∴ $\overline{و ء}$ // $\overline{ب حـ}$ ∵ $\overline{ء و}$ // $\overline{هـ حـ}$ ← ①

، ء و = $\frac{١}{٢}$ ب حـ = ٦ سم

∵ ء ، هـ منتصفى $\overline{أ ب}$ ، $\overline{ب حـ}$

∴ $\overline{ء هـ}$ // $\overline{أ حـ}$ ∵ $\overline{ء هـ}$ // $\overline{و حـ}$ ← ②

، ء هـ = $\frac{١}{٢}$ أ حـ = ٥ سم

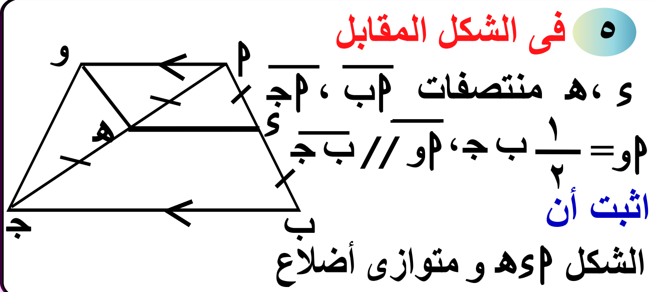
من ١ ، ٢ ∴ الشكل ء هـ حـ و متوازي أضلاع

∴ ء هـ = و حـ = ٥ سم ، ء و = هـ حـ = ٦ سم

∴ المحيط = ٥ + ٦ + ٥ + ٦ = ٢٢ سم

---

**٥ في الشكل المقابل**




ء ، هـ منتصفات $\overline{أ ب}$ ، $\overline{أ جـ}$

أ و = $\frac{١}{٢}$ ب جـ ، $\overline{أ و}$ // $\overline{ب جـ}$

اثبت أن

الشكل أ ء هـ و متوازى أضلاع

**البرهان**

في Δ أ ب جـ

∵ ء ، هـ منتصفى $\overline{أ ب}$ ، $\overline{أ جـ}$

∴ $\overline{ء هـ}$ // $\overline{ب جـ}$ ، ء هـ = $\frac{١}{٢}$ ب جـ

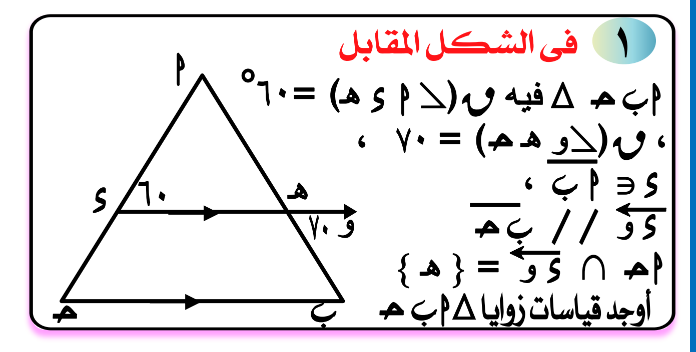
، ∵ $\overline{أ و}$ // $\overline{ب جـ}$ ∴ $\overline{ء هـ}$ // $\overline{أ و}$ ← ①

، ∵ أ و = $\frac{١}{٢}$ ب جـ ∴ ء هـ = أ و ← ②

من ١ ، ٢

∴ الشكل أ ء هـ و متوازى أضلاع

## تمارين (١١)



**١ في الشكل المقابل**

أب جـ Δ فيه ق(∠ أ ء هـ) = ٦٠°

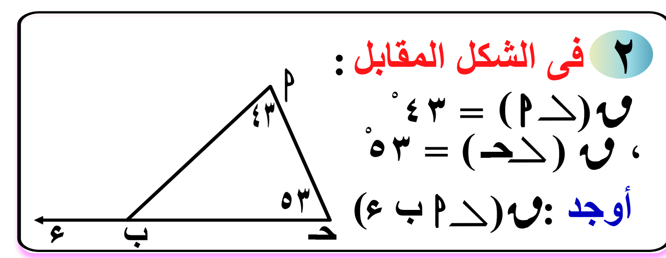
، ق(∠و هـ جـ) = ٧٠ ،

ء ∈ أب ،

ء و // ب جـ

أجـ ∩ ء و = { هـ }

أوجد قياسات زوايا Δ أب جـ

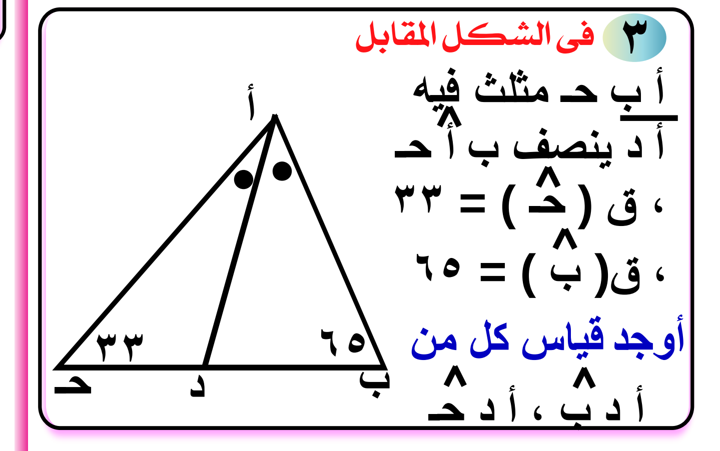


**٢ في الشكل المقابل :**

ق(∠أ) = ٤٣°

، ق(∠جـ) = ٥٣°

أوجد: ق(∠أ ب ء)



**٣ في الشكل المقابل**

أ ب جـ مثلث فيه

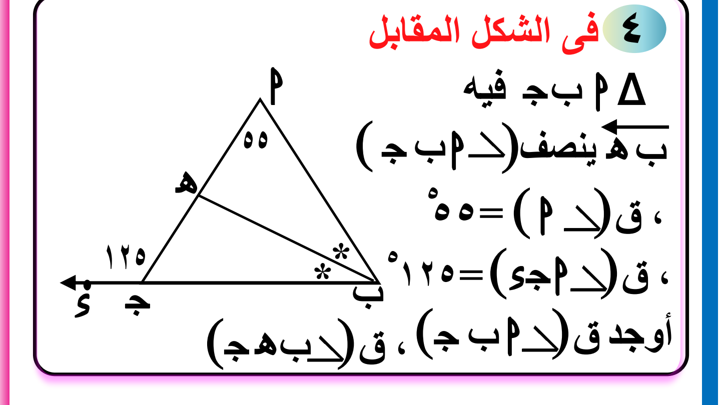
أ د ينصف ب أ جـ

، ق (جـ^) = ٣٣

، ق (ب^) = ٦٥

أوجد قياس كل من

أ د ب^ ، أ د جـ^



**٤ في الشكل المقابل**

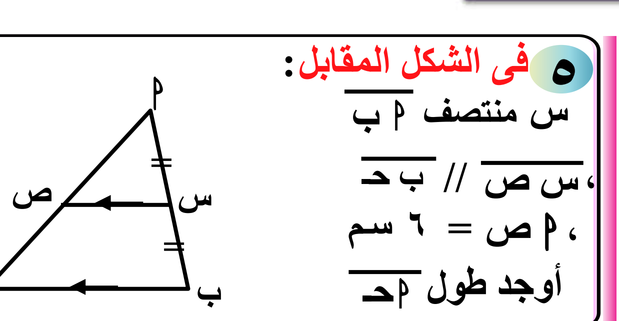
Δ أ ب جـ فيه

ب هـ ينصف (∠أ ب جـ)

، ق(∠ أ) = ٥٥°

، ق(∠أ جـ ء) = ١٢٥°

أوجد ق(∠أ ب جـ) ، ق(∠ب هـ جـ)



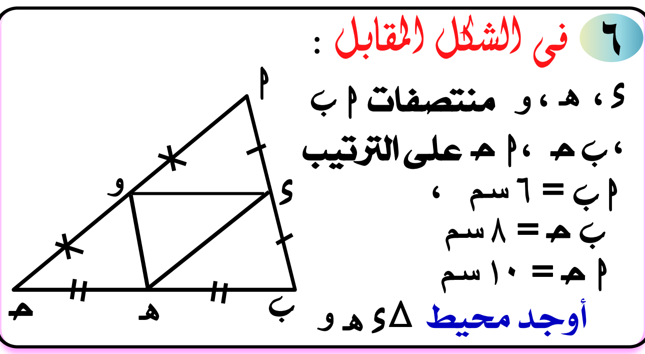
**٥ في الشكل المقابل:**

س منتصف أ ب

، س ص // ب جـ

، أ ص = ٦ سم

أوجد طول أ جـ



**٦ في الشكل المقابل :**

ء ، هـ ، و منتصفات أ ب

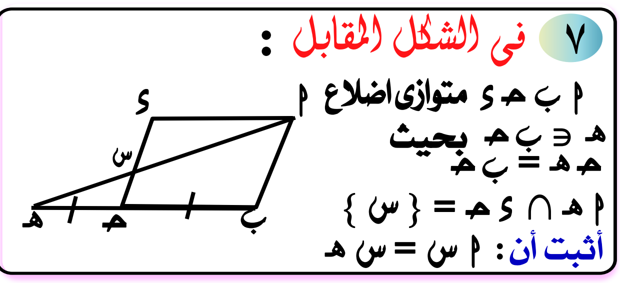
، ب جـ ، أ جـ على الترتيب

أ ب = ٦ سم ،

ب جـ = ٨ سم

أ جـ = ١٠ سم

أوجد محيط Δ ء هـ و



**٧ في الشكل المقابل :**

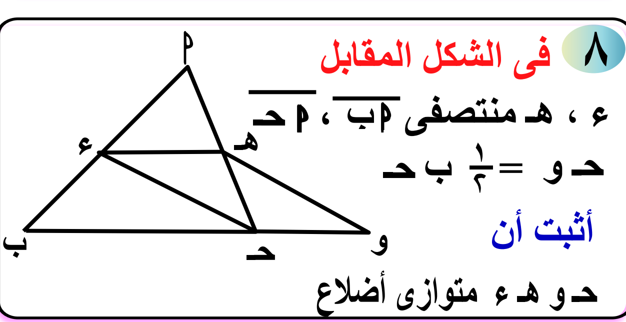
أ ب جـ ء متوازي اضلاع

هـ ∈ ب جـ بحيث

هـ جـ = ب جـ

أ هـ ∩ ء جـ = { س }

أثبت أن: أ س = س هـ



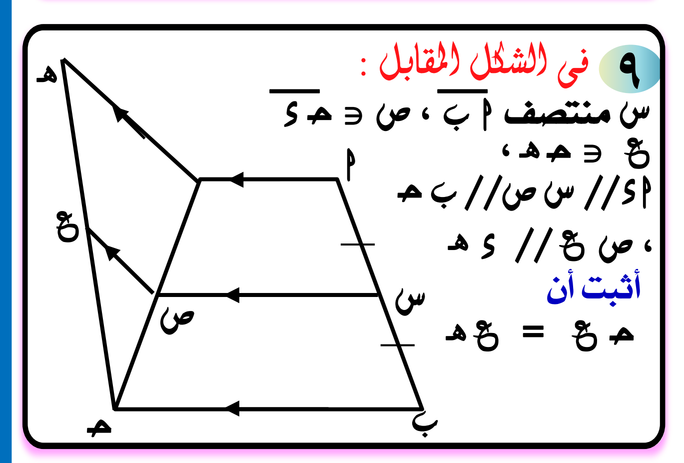
**٨ في الشكل المقابل**

ء ، هـ منتصفى أب ، أ جـ

جـ و = ½ ب جـ

أثبت أن

جـ و هـ ء متوازى أضلاع



**٩ في الشكل المقابل :**

س منتصف أ ب ، ص ∈ جـ ء

ع ∈ هـ جـ ،

أ ء // س ص // ب جـ

، ص ع // ء هـ

أثبت أن

جـ ع = ع هـ

# نظرية فيثاغورث

في المثلث القائم الزاوية مساحة المربع المنشأ على الوتر يساوي مجموع مساحتي المربعين المنشأين على ضلعي القائمة

أو مربع الوتر = مجموع مربعي ضلعي القائمة

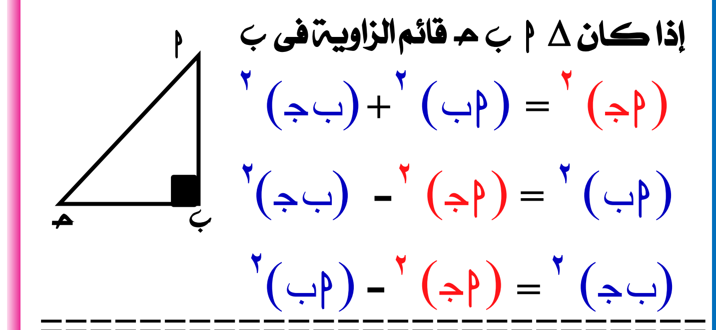
إذا كان Δ ا ب ﺟ قائم الزاوية في ب

(ا ﺟ)^٢ = (ا ب)^٢ + (ب ﺟ)^٢

(ا ب)^٢ = (ا ﺟ)^٢ − (ب ﺟ)^٢

(ب ﺟ)^٢ = (ا ﺟ)^٢ − (ا ب)^٢

**١** أوجد طول الضلع المجهول في كل مما يأتي



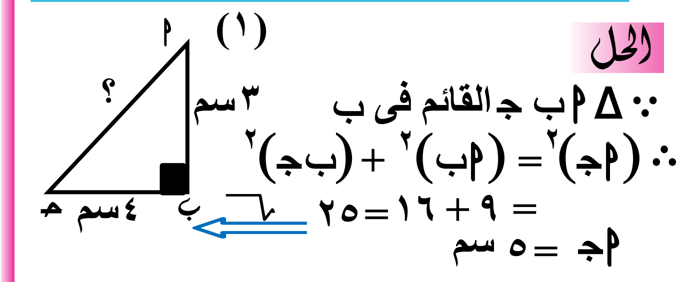

الحل

∵ Δ ا ب ﺟ القائم في ب

∴ (ا ﺟ)^٢ = (ا ب)^٢ + (ب ﺟ)^٢

= ٩ + ١٦ = ٢٥

ا ﺟ = ٥ سم



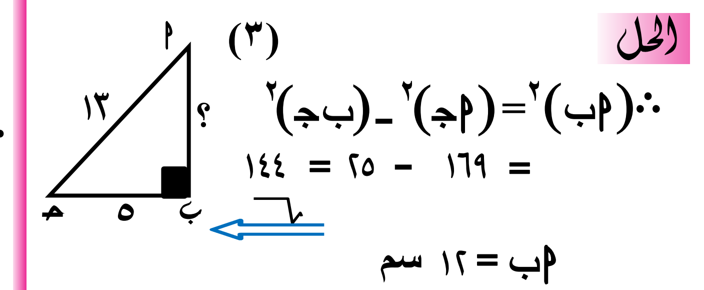

الحل

∵ Δ ا ب ﺟ القائم في ب

∴ (ب ﺟ)^٢ = (ا ﺟ)^٢ − (ا ب)^٢

= ٦٢٥ − ٤٩ = ٥٧٦

ب ﺟ = ٢٤ سم




الحل

∴ (ا ب)^٢ = (ا ﺟ)^٢ − (ب ﺟ)^٢

= ١٦٩ − ٢٥ = ١٤٤

ا ب = ١٢ سم

**٢** في الشكل المقابل

ق(∠ب) = ق(∠ د) = ٩٠°

ا ب = ٧ سم، ب ﺟ = ٢٤ سم

، ا د = ١٥ سم

أوجد طول كل من

ا ﺟ ، ﺟ د

البرهان

∵ Δ ا ب ﺟ القائم في ب

(ا ﺟ)^٢ = (ا ب)^٢ + (ب ﺟ)^٢

= ٤٩ + ٥٧٦ = ٦٢٥

ا ﺟ = √٦٢٥ = ٢٥ سم

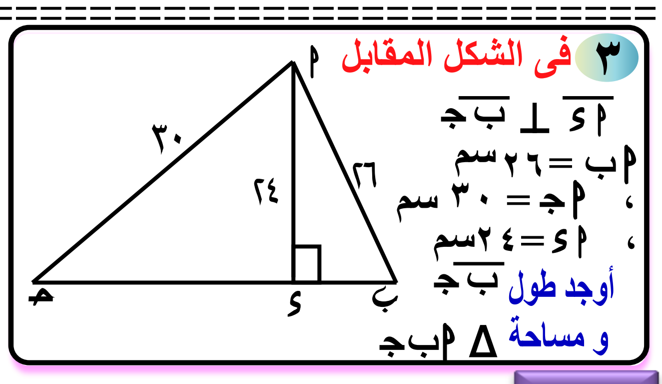
∵ Δ ا ﺟ د القائم في د

(ﺟ د)^٢ = (ا ﺟ)^٢ − (ا د)^٢

= ٦٢٥ − ٢٢٥ = ٤٠٠

ﺟ د = √٤٠٠ = ٢٠ سم

**٣** في الشكل المقابل




ا د ⊥ ب ﺟ

ا ب = ٢٦ سم

، ا ﺟ = ٣٠ سم

، ا د = ٢٤ سم

أوجد طول ب ﺟ

و مساحة Δ ا ب ﺟ

البرهان

∵ ا د ⊥ ب ﻫ

∴ ق(ا د̂ ب) = ق(ا د̂ ﻫ) = ٩٠

∵ Δ ا ب د القائم في د

(د ب)^٢ = (ا ب)^٢ − (ا د)^٢

= ٦٧٦ − ٥٧٦ = ١٠٠

ب د = ١٠ سم

∵ Δ ا ﻫ د القائم في د

(د ﻫ)^٢ = (ا ﻫ)^٢ − (ا د)^٢

= ٩٠٠ − ٥٧٦ = ٣٢٤

د ﻫ = ١٨ سم

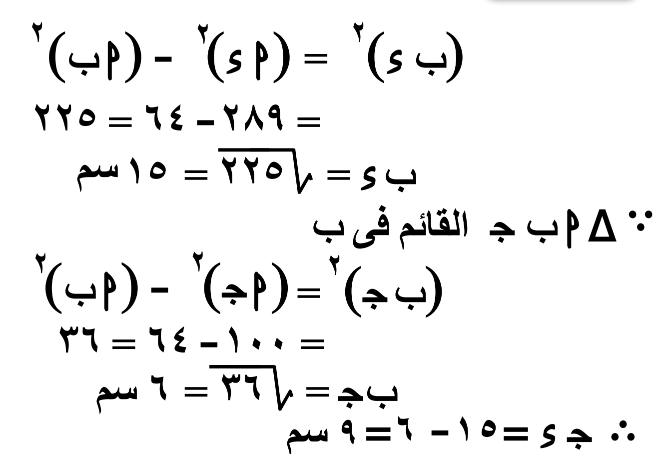
ب ﺟ = ١٨ + ١٠ = ٢٨ سم

مساحة Δ ا ب ﻫ = $\frac{1}{2}$ القاعدة × الارتفاع

= $\frac{1}{2}$ × (١٠ + ١٨) × ٢٤ = ٣٣٦ سم^٢

**٤ في الشكل المقابل**

أب ⊥ بء
أب = ٨ سم
، أجـ = ١٠ سم
، أء = ١٧ سم
أوجد طول جـء




**البرهان** ∵ Δ أ ب ء القائم في ب

(ب ء)$^2$ = (أ ء)$^2$ - (أ ب)$^2$

= ٢٨٩ - ٦٤ = ٢٢٥

ب ء = $\sqrt{٢٢٥}$ = ١٥ سم

∵ Δ أ ب جـ القائم في ب

(ب جـ)$^2$ = (أ جـ)$^2$ - (أ ب)$^2$

= ١٠٠ - ٦٤ = ٣٦

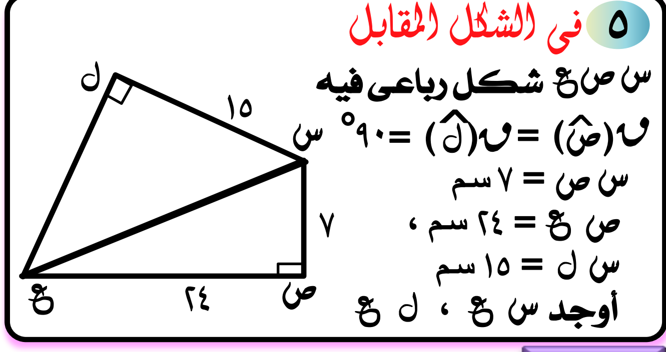
ب جـ = $\sqrt{٣٦}$ = ٦ سم

∴ جـ ء = ١٥ - ٦ = ٩ سم

==============================

**٥ في الشكل المقابل**

س ص ع ل شكل رباعي فيه
ق(∠ص) = ق(∠ل) = ٩٠°
س ص = ٧ سم
ص ع = ٢٤ سم ،
س ل = ١٥ سم
أوجد س ع ، ل ع




**البرهان** ∵ Δ س ص ع القائم في ص

(س ع)$^2$ = (س ص)$^2$ + (ص ع)$^2$

= ٥٧٦ + ٤٩ = ٦٢٥

∴ س ع = ٢٥ سم

∵ Δ س ل ع القائم في ل

(ل ع)$^2$ = (س ع)$^2$ – (س ل)$^2$

= ٦٢٥ – ٢٢٥ = ٤٠٠

∴ ل ع = ٢٠ سم

## تمارين (١٢)

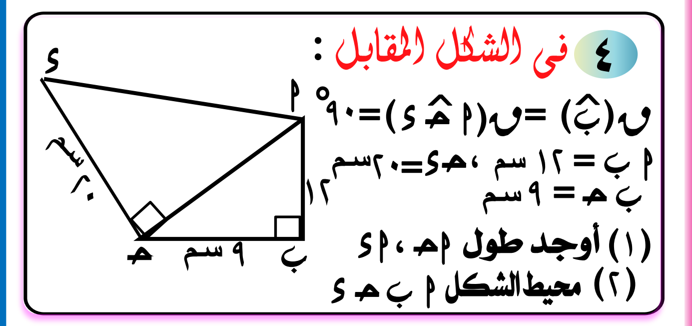
**١** أ ب جـ Δ قائم الزاوية في ب وكان أ ب = ٦سم ، ب جـ = ٨ سم أوجد طول أ جـ

**٢** أ ب جـ Δ قائم الزاوية في ب وكان أ ب = ١٢ سم ، أ جـ = ٢٠ سم أوجد طول ب جـ

**٣** مستطيل مساحته ٦٠سم$^2$ وطوله ١٢ سم أوجد طول قطره

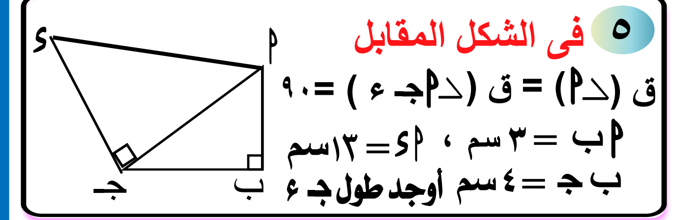
**٤ في الشكل المقابل :**

ق(∠ب) = ق(∠أ هـ ء) = ٩٠°
أ ب = ١٢ سم ، هـ ء = ٢٠سم
ب هـ = ٩ سم
(١) أوجد طول أ هـ ، أ ء
(٢) محيط الشكل أ ب هـ ء



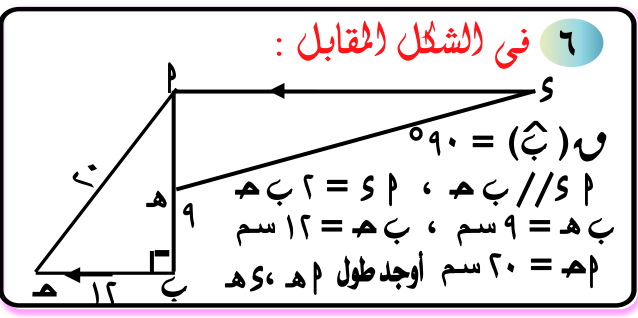

**٥ في الشكل المقابل**

ق(∠أ) = ق(∠أ جـ ء) = ٩٠
أ ب = ٣ سم ، أ ء = ١٣سم
ب جـ = ٤ سم أوجد طول جـ ء



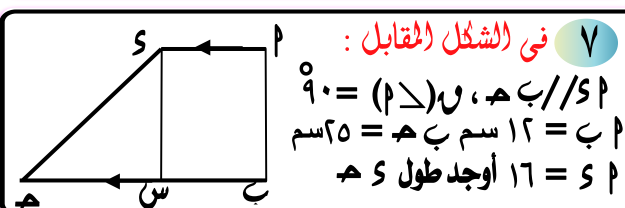

**٦ في الشكل المقابل :**

ق(∠ب) = ٩٠°
أ ء // ب جـ ، أ ء = ٢ ب جـ
ب هـ = ٩ سم ، ب جـ = ١٢ سم
أ جـ = ٢٠ سم أوجد طول أ هـ ، ء هـ



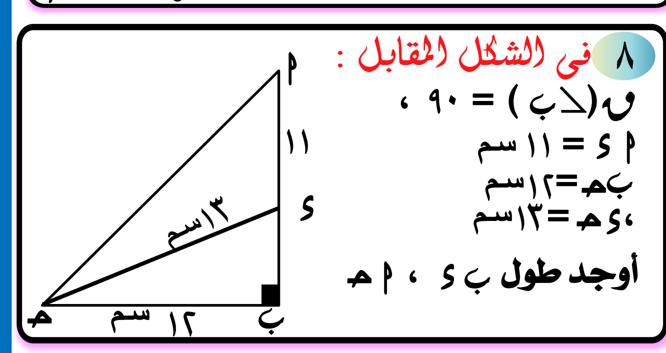

**٧ في الشكل المقابل :**

أ ء // ب جـ ، ق(∠أ) = ٩٠°
أ ب = ١٢ سم ب جـ = ٢٥سم
أ ء = ١٦ أوجد ء جـ




**٨ في الشكل المقابل :**

ق(∠ب) = ٩٠ ،
أ ء = ١١ سم
ب جـ = ١٢سم
، ء جـ = ١٣سم
أوجد طول ب ء ، أ جـ



# التحويلات الهندسية

## الانعكاس

**الإنعكاس** هو تحويلة هندسية تحول أى شكل هندسى إلى شكل هندسى مطابق له

### الإنعكاس فى مستقيم

إذا كانت ﻡ ∌ ل فإن ل هو العمود الذى ينصف ﻡ ﻡَ

إذا كانت ب ∋ ل فإن ب ≡ بَ

أى إذا كانت ب ∋ ل فإن صورة ب هى نفسها

### خواص الإنعكاس فى مستقيم

١- يحافظ على أطوال القطع المستقيمة
٢- يحافظ على قياسات الزوايا
٣- يحافظ على التوازى
٤- يحافظ على البينية
٥- لا يحافظ على الترتيب الدورانى لرؤوس الشكل

---

(١) فى الشكل المقابل : أكمل ما يأتى

١) صورة Δ ﻡﻡ ء بالانعكاس فى ﻡﻫ هى Δ ﻡ ﻡ و
٢) صورة Δ ﻡﻡ ب بالانعكاس فى ﻡﻫ هى Δ ﻡ ﻡ جـ
٣) صورة Δ ﻡجـﻫ بالانعكاس فى ﻡﻫ هى Δ ﻡ ب ﻫ

---

### الإنعكاس فى المستوى الإحداثى :

إذا كانت ﻡ نقطة فى المستوى الاحداثى المتعامد فإنه يكون : صورة النقطة ﻡ (س ، ص)

١) بالانعكاس فى المحور س ⟸ ﻡَ ( س ، ـ ص )
٢) بالانعكاس فى المحور ص ⟸ ﻡَ ( ـ س ، ص )
٣) بالانعكاس فى نقطة الاصل ⟸ ﻡَ ( ـ س ، ـ ص )

---

مثال ١ : أكمل ما يأتى

١) صورة النقطة ( ٢ ، ٥ ) بالانعكاس فى محور السينات هى ( ٢ ، ـ ٥ )
٢) صورة النقطة ( ٢ ، ٥ ) بالانعكاس فى محور الصادات هى ( ـ٢ ، ٥ )
٣) صورة النقطة (ـ١ ، ـ٧) بالانعكاس فى محور السينات هى (ـ١ ، ٧ )
٤) صورة النقطة (ـ٤ ، ـ٩) بالانعكاس فى محور الصادات هى ( ٤ ، ـ ٩ )
٥) النقطة ( ٢ ، ٣ ) هى صورة النقطة ( ٢ ، ـ٣ ) بالانعكاس فى محور السينات
٦) النقطة (ـ٦ ، ٥) هى صورة النقطة ( ٦ ، ٥ ) بالانعكاس فى محور الصادات
٧) صورة النقطة ( ٢ ، ٥ ) بالانعكاس فى نقطة الأصل هى ( ـ٢ ، ـ٥ )
٨) النقطة (ـ٢ ، ٣) هى صورة النقطة ( ٢ ، ـ٣ ) بالانعكاس فى نقطة الأصل

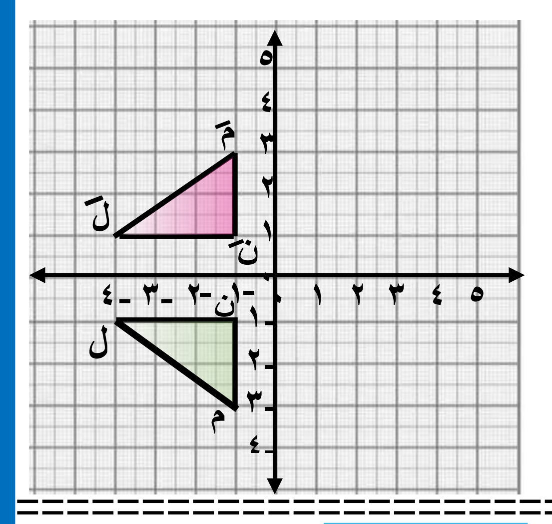
---

مثال ٢ : ارسم Δ ل م ن حيث ل(ـ٤ ، ـ ١) ، م(ـ١ ، ـ٣) ، ن(ـ١ ، ـ ١) ثم ارسم صورته بالانعكاس فى محور السينات

**الحل**

بالانعكاس فى محور السينات

ل (ـ٤ ، ـ ١) ⟸ لَ (ـ٤ ، ١)
م (ـ١ ، ـ٣) ⟸ مَ (ـ١ ، ٣)
ن (ـ١ ، ـ ١) ⟸ نَ (ـ١ ، ١)



---

### محاور التماثل

| الشكل | عدد محاور التماثل |
|---|---|
| (١) المربع | ٤ |
| (٢) المستطيل | ٢ |
| (٣) المعين | ٢ |
| (٤) متوازي الاضلاع | صفر |
| (٥) شبه المنحرف | صفر |
| (٦) شبه المنحرف المتساوي الساقين | ١ |
| (٧) المثلث المتساوي الاضلاع | ٣ |
| (٨) المثلث المتساوي الساقين | ١ |
| (٩) المثلث المختلف الاضلاع | صفر |
| (١٠) الدائرة | عدد لا نهائي |
| (١١) نصف الدائرة | ١ |

## الانتقال

يتم تحديد الانتقال بمعرفة

١ مقدار الانتقال
٢ اتجاه الانتقال

ملاحظة

صورة النقطة (س، ص) بانتقال (ء ، هـ)
هى (س + ء ، ص + هـ)

| | | |
|---|---|---|
| الأصل + الانتقال / الصورة | الصورة – الانتقال / الأصل | الصورة – الأصل / الانتقال |

مثال ١ أكمل ما يأتى

(١) صورة النقطة ( ٢ ، ٣ ) بانتقال( ٤ ، ٥ )
هى ..............( ٦ ، ٨ )

(٢) صورة النقطة ( ٢ ، ٣ ) بانتقال( ٠ ، ٤ )
هى ..............( ٢ ، ٧ )

(٣) صورة النقطة (٥ ، ٩ ) بانتقال( س+٢، ص–٣)
هى ..............( ٧ ، ٦ )

(٤) صورة النقطة ( ٣ ، ٥) بانتقال ( س ، ص–١ )
هى ..............( ٣ ، ٤ )

(٥) صورة النقطة ( ٢ ، –١) بانتقال ٣ وحدات
فى الاتجاه الموجب لمحور السينات هى ..........( ٥ ، –١ )

(٦) صورة النقطة (–٣ ، ٤) بانتقال ٤ وحدات
فى الاتجاه السالب لمحور الصادات هى...........( –٣ ، ٠ )

(٧) صورة النقطة (–٢،٧) بانتقال
( س–٣ ، ص+٤ ) هى (–٥ ، ١١ )

(٨) صورة النقطة ( ١ ، –٣ ) بانتقال (٠،٣)
هى (١ ، ٠ )

(٩) إذا كانت النقطة ل (–٣ ، ٥) هى صورة
النقطة م بانتقال ( ٢ ، –١) فإن م هى (–٥، ٦)..........

(١٠) صورة النقطة ( ٥، ٦ ) بانتقال مسافة ٢ب
فى اتجاه $\overrightarrow{ﭐب}$ حيث ﭐ ( ٣، ٤ ) ، ب( ٧، ٢ )
هى ....................

الحل

حساب الانتقال من ﭐ إلى ب = ب - ﭐ
=(٧،٢) – (٣، ٤ ) =( ٤ ، –٢ )

صورة النقطة ( ٥ ، ٦ ) بانتقال ( ٤ ، –٢) هى (٩ ، ٤)

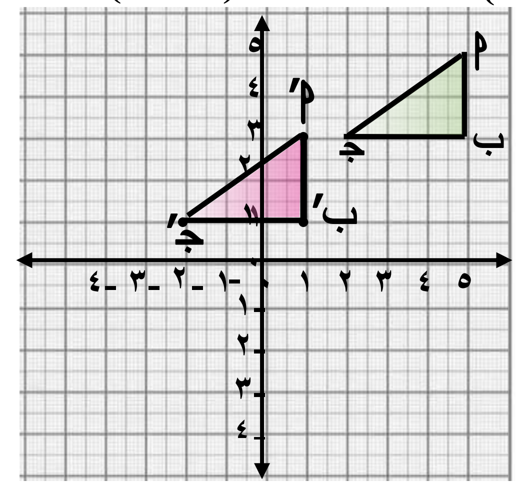
==============================

مثال ٢ ارسم على الشبكة التربيعية △ ﭐ ب جـ حيث
ﭐ ( ٥ ، ٥ )، ب ( ٥ ، ٣ )،جـ (٢ ، ٣ ) ،
ثم أوجد صورته بالانتقال ( –٤، –٢ )

الحل

الانتقال (–٤، –٢ )

ﭐ (٥،٥) ⟸ ﭐ' (١، ٣ )
ب (٥، ٣) ⟸ ب' (١، ١ )
جـ (٢، ٣) ⟸ جـ' (–٢، ١ )



# الدوران

يتم تحديد الدوران بمعرفة

١ مركز الدوران ٢ زاوية الدوران ٣ اتجاه الدوران

**ملاحظة**

١ يكون الدوران موجباً
إذا كان عكس حركة عقارب الساعة

٢ يكون الدوران سالباً
إذا كان مع حركة عقارب الساعة

## الدوران فى المستوى الإحداثي

صورة النقطة أ بالدوران حول نقطة الأصل بزاوية معينه تكون كالتالى :

أ (س ، ص)
- بزاوية قياسها ٩٠ ( ـ ص ، س )
- بزاوية قياسها ٢٧٠ ( ص ، ـ س )
- بزاوية قياسها ١٨٠ ( ـ س ، ـ ص )
- بزاوية قياسها ٣٦٠ ( س ، ص )



## ملاحظات على الدوران

(١) الدوران حول نقطة الأصل بزاوية قياسها ٣٦٠
يسمى دوران محايد لا يغير النقطة دورة كاملة

(٢) الدوران حول نقطة الأصل بزاوية قياسها ١٨٠
يكافئ دوران بزاوية - ١٨٠ نصف دورة

(٣) الدوران حول نقطة الأصل بزاوية قياسها ٩٠
يكافئ دوران بزاوية -٢٧٠ ربع دورة

(٤) الدوران حول نقطة الأصل بزاوية قياسها ٢٧٠
يكافئ دوران بزاوية - ٩٠

**خواص الانتقال والدوران**

(١) تحافظ على اطوال الاضلاع والقطع المستقيمة
(٢) تحافظ على قياسات الزوايا
(٣) تحافظ على توازي المستقيمات
(٤) تحافظ على البينية
(٥) تحافظ على الترتيب الدوري لرؤوس المضلعات

---

**مثال ١** أكمل ما يأتى

(١) صورة النقطة ( ٢، ٥ ) بدوران ٩٠° حول نقطة الأصل هى (-٥، ٢)
(٢) صورة النقطة ( ٢، ٥ ) بدوران ٢٧٠° حول نقطة الأصل هى (٥، -٢)
(٣) صورة النقطة ( ٢، ٥ ) بدوران ١٨٠° حول نقطة الأصل هى (-٢ ، -٥)
(٤) صورة النقطة ( ٢، ٥ ) بدوران ٣٦٠° حول نقطة الأصل هى (٢، ٥)
(٥) صورة النقطة (-٣ ، -٦) بدوران -٢٧٠° حول نقطة الأصل هى (٦، -٣)
(٦) صورة النقطة ( -٣ ، -٦) بدوران -٩٠° حول نقطة الأصل هى(-٦، ٣)
(٧) صورة النقطة ( - ٣ ، - ٦) بدوران ١٨٠ حول نقطة الأصل هى ( ٣ ، ٦)
(٨) صورة النقطة ( - ٣ ، - ٦) بدوران ٣٦٠° حول نقطة الأصل هى (-٣ ،- ٦)
(٩) صورة النقطة ( ٤ ، ٢ ) بدوران ٢٧٠° حول نقطة الأصل هى( ٢ ، -٤)
(١٠) صورة النقطة ( -٧، -٦ ) بدوران ٩٠° حول نقطة الأصل هى( ٦ ، -٧)
(١١) صورة النقطة (-٣ ، -١) بدوران -٩٠° حول نقطة الأصل هى(-١ ، ٣)
(١٢) صورة النقطة (-٣ ، -٦) بدوران -٢٧٠° حول نقطة الأصل هى( ٦ ، -٣)
(١٣) صورة النقطة (-٣ ، ٥) بدوران ١٨٠° حول نقطة الأصل هى( ٣ ، -٥)

مثال ٢ ارسم المستطيل أ ب جـ ء حيث

أ (٠،٠)، ب (٠، ٢)، جـ (٤، ٢)، ء (٤، ٠)

ثم ارسم صور للمستطيل بالدوران حول نقطة الأصل بزاوية قياسها ٩٠°

الحل

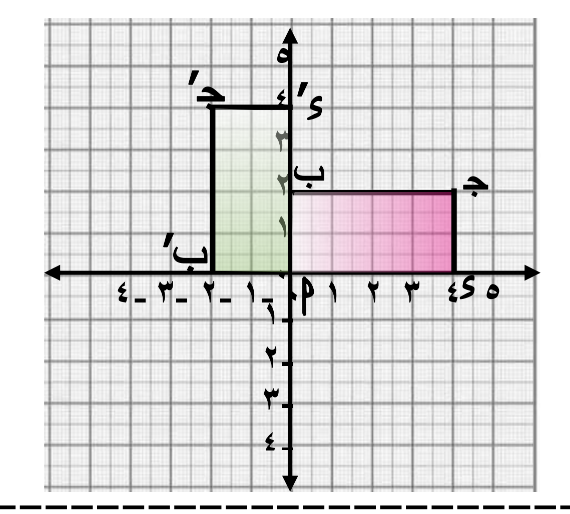
دوران ٩٠° (س ، ص) ⟵ (-ص، س)

أ (٠، ٠) ⟸ أَ (٠، ٠)

ب (٠، ٢) ⟸ بَ (-٢، ٠)

جـ (٤، ٢) ⟸ جـَ (-٢، ٤)

ء (٤، ٠) ⟸ ءَ (٠، ٤)



---

## تمارين (١٣)

(١) ارسم على الشبكة التربيعية △ أ ب جـ حيث
أ = (١، ١) ، ب = (٣، ٤) ، هـ = (٥، ٢)
وكذلك ارسم صورته بالانعكاس في المحور س

---

(٢) في المستوي الاحداثي المتعامد ارسم △ س ص ع الذي فيه
س = (٣، ١) ، ص = (٣، -٢) ، ع = (١، -٢)
ارسم صورة △ س ص ع بالانعكاس في محور الصادات

---

(٣) ارسم على الشبكة التربيعية المتعامدة △ أ ب هـ الذي فيه
أ = (٢، ٢) ، ب = (٢، ٥) ، هـ = (٤، ٣)
ثم ارسم صورة △ أ ب هـ بالانتقال (-٣، -٢)

---

(٤) على شبكة تربيعية متعامدة ارسم △ أ ب هـ
حيث أ = (٢، ٢) ، ب = (٣، ٥) ، هـ = (٥، ٢)
ثم ارسم صورة △ أ ب هـ بالدوران ء (و ، ٢٧٠°)

---

(٥) أكمل ما يأتي

١ صورة النقطة (٣ ، -٢) بالانعكاس في محور السينات هي ................

٢ صورة النقطة (٥ ، -٢) بالانعكاس في محور الصادات هي ................

٣ صورة النقطة (٣ ، -٢) بالانعكاس في نقطة الاصل هي ................

٤ صورة النقطة (٥ ، -٢) بالانعكاس في نقطة الاصل هي ............

٥ صورة النقطة (-٣ ، -٥) بالانعكاس في محور السينات هي.....

٦ النقطة (٧ ، ٣) هي صورة النقطة (٧ ، -٣) بالانعكاس في محور ............

٧ النقطة (-٢ ، ٩) هي صورة النقطة (٢ ، -٩) بالانعكاس في ............

---

٨ صورة النقطة (٢ ، ٥) بانتقال (٥ ، ٤) هي ............

٩ صورة النقطة (٤ ، -٣) بانتقال (-٢، ١) هي ............

١٠ صورة النقطة (٥، -٢) بانتقال (س + ٤ ، ص -٣) هي ............

١١ صورة النقطة (-٣ ، ٤) بانتقال ٥ وحدات في الاتجاه السالب لمحور الصادات هي .........

١٢ صورة النقطة (١ ، -٣) بانتقال (... ، ...) هي (٢ ، ٤)

١٣ صورة النقطة (... ، ...) بانتقال (٣ ، ١) هي (٢ ، ٤)

---

١٤ صورة النقطة (-٣ ، -١) بدوران ٩٠° حول نقطة الأصل هي............

١٥ صورة النقطة (٥ ، ١) بدوران ٢٧٠° حول نقطة الأصل هي ............

١٦ صورة النقطة (-٢ ، ١) بدوران ١٨٠° حول نقطة الأصل هي ............

١٧ صورة النقطة (-٤ ، ١) بدوران -٩٠° حول نقطة الأصل هي ............

١٨ صورة النقطة (٥ ، -٣) بدوران ...° حول نقطة الأصل هي (٣ ، ٥)

١٩ صورة النقطة ............ بدوران ٢٧٠° حول نقطة الأصل هي (٥ ، ١)